

Fundamentos de espectroscopia: ondas

Jesús Hernández Trujillo



Definición:

Una onda es una perturbación que se propaga en el tiempo y el espacio

Introducción

Ondas viajeras

Ondas armónicas

Onda transversal en una cuerda

Ondas electromagnéticas

Onda longitudinal en una varilla

Ondas de presión en un gas

Superposición

Definición: Una onda es una perturbación que se propaga en el tiempo y el espacio

Ejemplos:

- Ondas en una cuerda
- Olas en la superficie del agua
- Ondas en cuerpos elásticos
- Sonido
- Ondas electromagnéticas



*The Great Wave off Kanagawa,
Katsushika Hokusai*

Introducción

Ondas viajeras

Ondas armónicas

Onda transversal en una cuerda

Ondas electromagnéticas

Onda longitudinal en una varilla

Ondas de presión en un gas

Superposición

Características del movimiento ondulatorio:

- Hay transferencia de energía y no de materia.

“El impulso es más rápido que el agua, por lo que con frecuencia las olas escapan del lugar de su creación, en tanto que el agua no; lo mismo sucede con las ondas producidas por el viento en un campo de granos, donde las vemos correr a través del campo mientras los granos permanecen en su lugar”

Leonardo da Vinci

- Las ondas mecánicas se propagan en un medio.
- Las ondas electromagnéticas pueden propagarse en el vacío.

Introducción

Ondas viajeras

Ondas armónicas

Onda transversal en una cuerda

Ondas electromagnéticas

Onda longitudinal en una varilla

Ondas de presión en un gas

Superposición

Características del movimiento ondulatorio:

- Hay transferencia de energía y no de materia.

“El impulso es más rápido que el agua, por lo que con frecuencia las olas escapan del lugar de su creación, en tanto que el agua no; lo mismo sucede con las ondas producidas por el viento en un campo de granos, donde las vemos correr a través del campo mientras los granos permanecen en su lugar”

Leonardo da Vinci

- Las ondas mecánicas se propagan en un medio.
- Las ondas electromagnéticas pueden propagarse en el vacío.
- Hay una velocidad de propagación de la perturbación.
- La velocidad de propagación depende del medio.

Introducción

Ondas viajeras

Ondas armónicas

Onda transversal en una
cuerda

Ondas
electromagnéticas

Onda longitudinal en
una varilla

Ondas de presión en un
gas

Superposición

Además:

Las ondas sufren modificaciones cuando:

- cambian las propiedades del medio de propagación.
(reflexión, refracción, polarización)
- se interponen obstáculos.
(difracción, dispersión)
- varias ondas coinciden en la misma región.
(interferencia)

Introducción

Ondas viajeras

Ondas armónicas

Onda transversal en una cuerda

Ondas electromagnéticas

Onda longitudinal en una varilla

Ondas de presión en un gas

Superposición

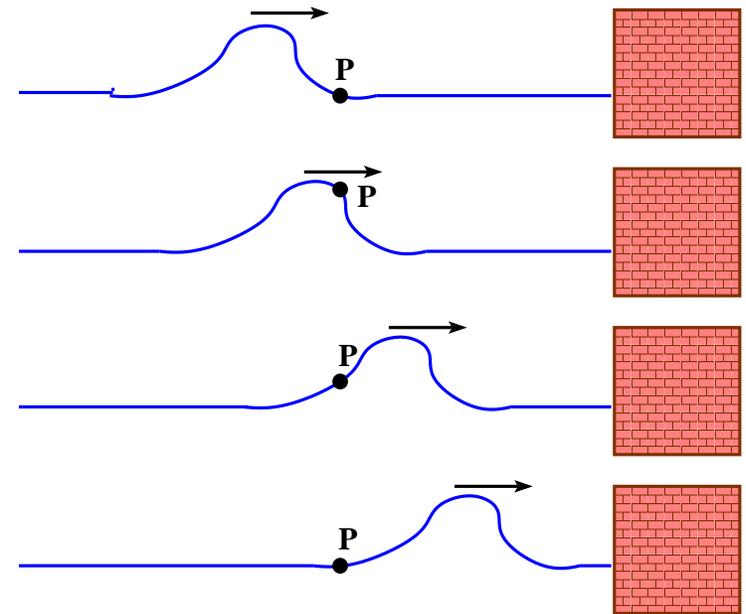
Clasificación:

Onda transversal: La perturbación es perpendicular a la dirección de propagación.

Onda longitudinal: La perturbación es paralela a la dirección de propagación

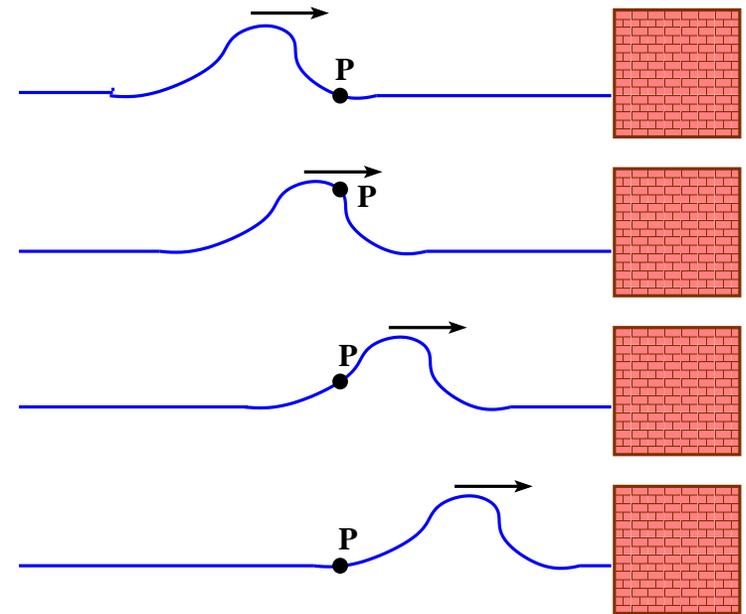
- Introducción
- Ondas viajeras
- Ondas armónicas
- Onda transversal en una cuerda
- Ondas electromagnéticas
- Onda longitudinal en una varilla
- Ondas de presión en un gas
- Superposición

Ejemplo: Onda transversal

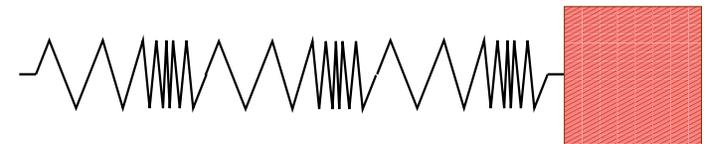


- Introducción
- Ondas viajeras
- Ondas armónicas
- Onda transversal en una cuerda
- Ondas electromagnéticas
- Onda longitudinal en una varilla
- Ondas de presión en un gas
- Superposición

Ejemplo: Onda transversal

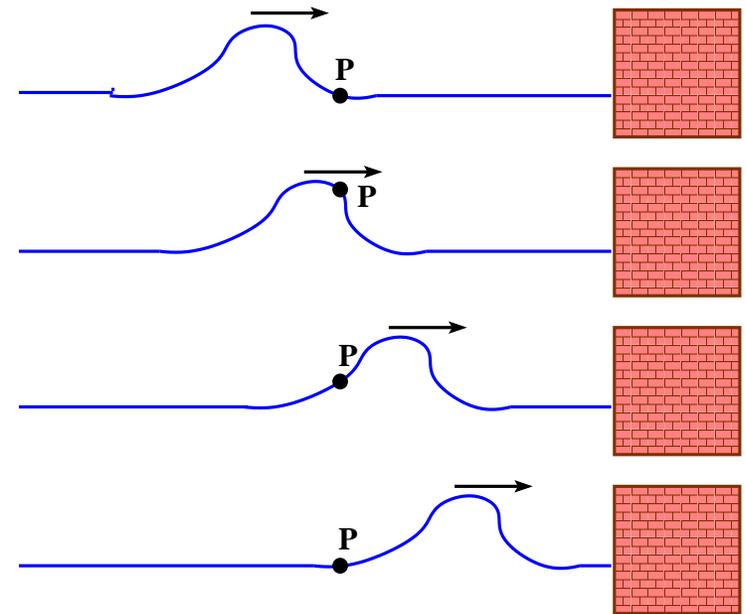


Ejemplo: Onda longitudinal

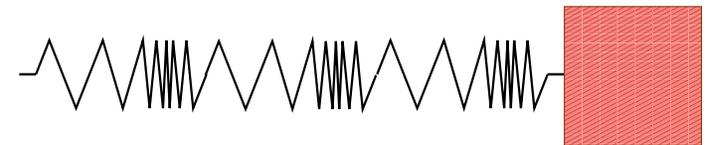


- Introducción
- Ondas viajeras
- Ondas armónicas
- Onda transversal en una cuerda
- Ondas electromagnéticas
- Onda longitudinal en una varilla
- Ondas de presión en un gas
- Superposición

Ejemplo: Onda transversal



Ejemplo: Onda longitudinal



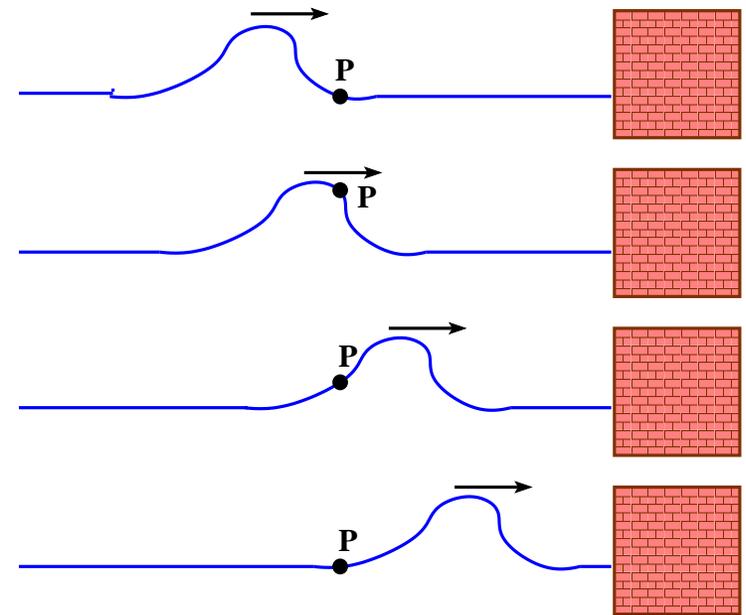
Hay dos velocidades en estos ejemplos:

Velocidad de partícula en P. El punto sólo oscila alrededor de una posición.

Velocidad de la onda. Se refiere a la perturbación.

- Introducción
- Ondas viajeras
- Ondas armónicas
- Onda transversal en una cuerda
- Ondas electromagnéticas
- Onda longitudinal en una varilla
- Ondas de presión en un gas
- Superposición

Ejemplo: Onda transversal



Ejemplo: Onda longitudinal



Además:

- No hay transferencia de masa.
- Sí hay transferencia de energía.

Introducción

Ondas viajeras

Ondas armónicas

Onda transversal en una cuerda

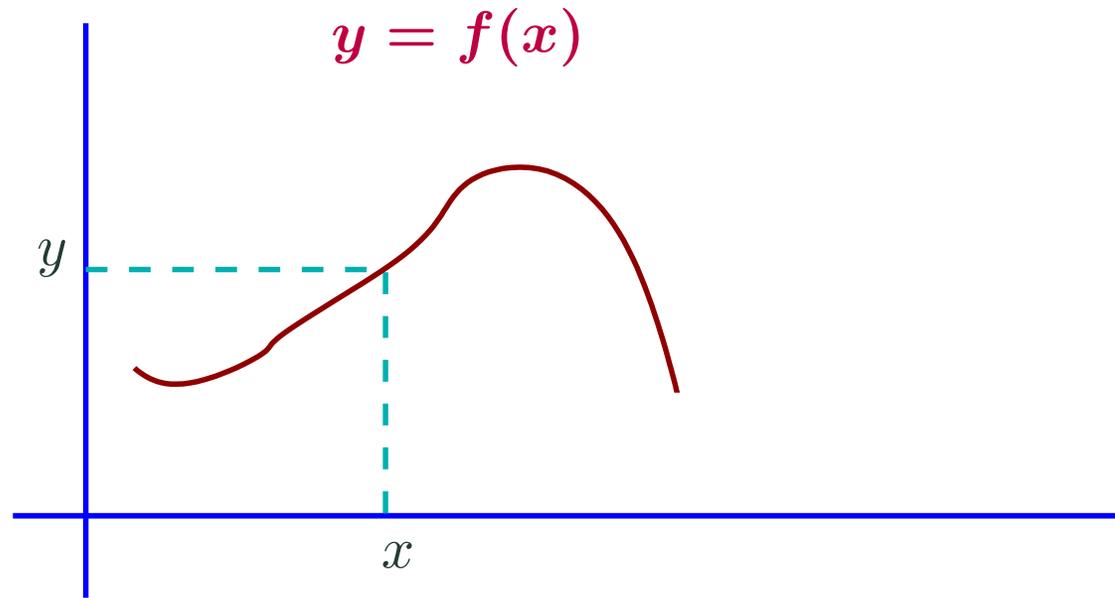
Ondas electromagnéticas

Onda longitudinal en una varilla

Ondas de presión en un gas

Superposición

Traslación:



Introducción

Ondas viajeras

Ondas armónicas

Onda transversal en una cuerda

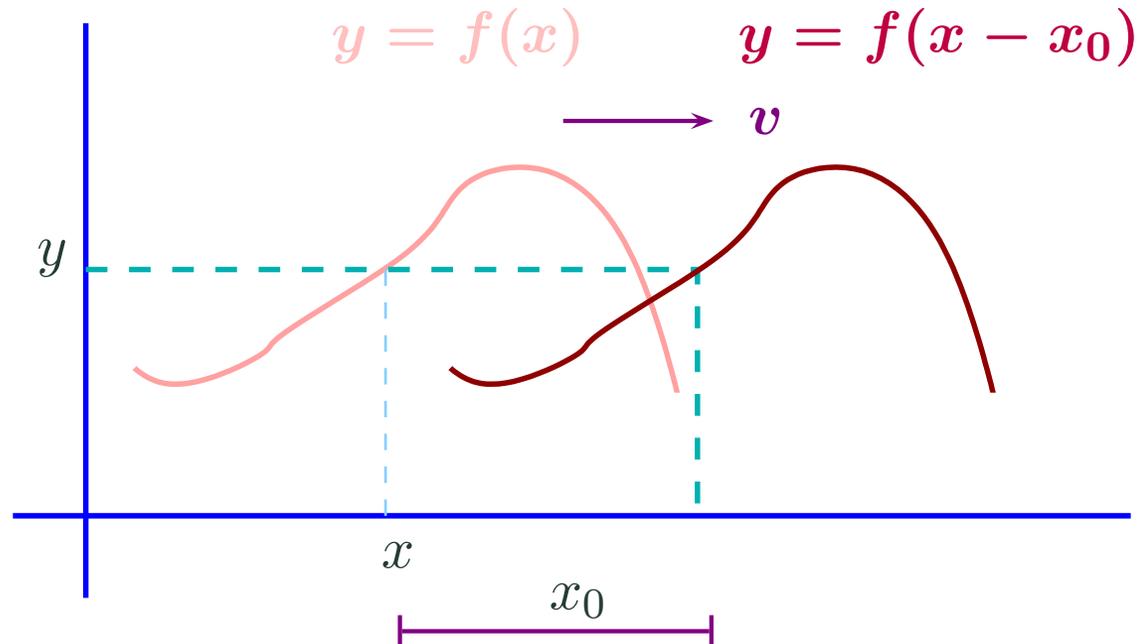
Ondas electromagnéticas

Onda longitudinal en una varilla

Ondas de presión en un gas

Superposición

Traslación:



v : velocidad de propagación

t : tiempo

tal que: $x_0 = vt$

Ondas viajeras:

Una onda viajera que se propaga a velocidad v es

$$y(x, t) = f(x - vt) = f(x \pm |v|t)$$

donde:

+ \longrightarrow hacia la izquierda

- \longrightarrow hacia la derecha

Introducción

Ondas viajeras

Ondas armónicas

Onda transversal en una
cuerda

Ondas
electromagnéticas

Onda longitudinal en
una varilla

Ondas de presión en un
gas

Superposición

Ondas viajeras:

Una onda viajera que se propaga a velocidad v es

$$y(x, t) = f(x - vt) = f(x \pm |v|t)$$

donde:

+ \longrightarrow hacia la izquierda
- \longrightarrow hacia la derecha

Función de onda

$$y(x, t) = f(x - vt)$$

satisface la ecuación de onda:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$

Introducción

Ondas viajeras

Ondas armónicas

Onda transversal en una
cuerda

Ondas
electromagnéticas

Onda longitudinal en
una varilla

Ondas de presión en un
gas

Superposición

Ondas viajeras:

Una onda viajera que se propaga a velocidad v es

$$y(x, t) = f(x - vt) = f(x \pm |v|t)$$

donde:

+ \longrightarrow hacia la izquierda
- \longrightarrow hacia la derecha

Función de onda

$$y(x, t) = f(x - vt)$$

satisface la ecuación de onda:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$

Ejercicio: Usa la regla de la cadena para probar que $y(x, t)$ satisface la ecuación de onda.

Introducción

Ondas viajeras

Ondas armónicas

Onda transversal en una cuerda

Ondas electromagnéticas

Onda longitudinal en una varilla

Ondas de presión en un gas

Superposición

- Introducción
- Ondas viajeras
- Ondas armónicas
- Onda transversal en una cuerda
- Ondas electromagnéticas
- Onda longitudinal en una varilla
- Ondas de presión en un gas
- Superposición

Ejercicio:

Un pulso de una onda transversal se describe por medio de

$$y = 5e^{-x^2},$$

donde x y y están dados en metros.

1. Escribe la función de onda $y(x, t)$ que representa esta onda si se mueve en la dirección negativa del eje x con una velocidad de 3 m/s.
2. Verifica que $y(x, t)$ satisface la ecuación de onda.
3. traza la gráfica de la onda para $t = 0, 1, \dots, 4$ s.

Introducción

Ondas viajeras

Ondas armónicas

Onda transversal en una cuerda

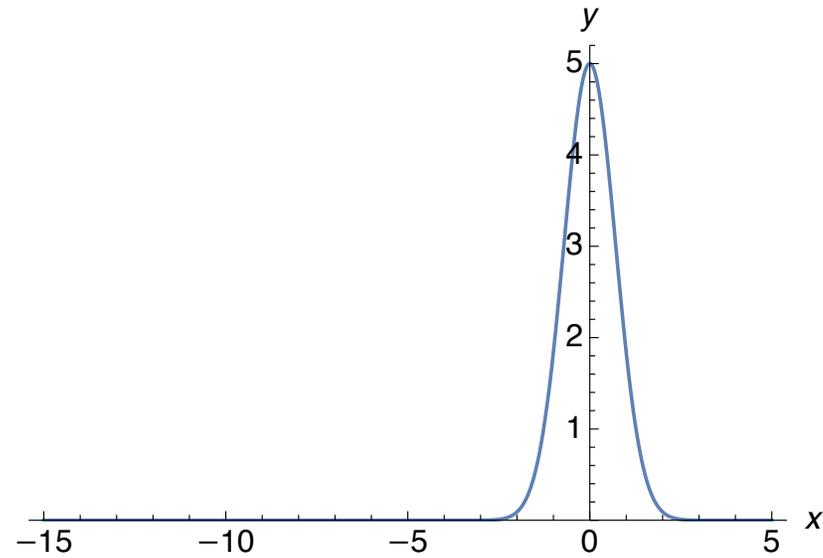
Ondas electromagnéticas

Onda longitudinal en una varilla

Ondas de presión en un gas

Superposición

$t = 0 \text{ s}$



Introducción

Ondas viajeras

Ondas armónicas

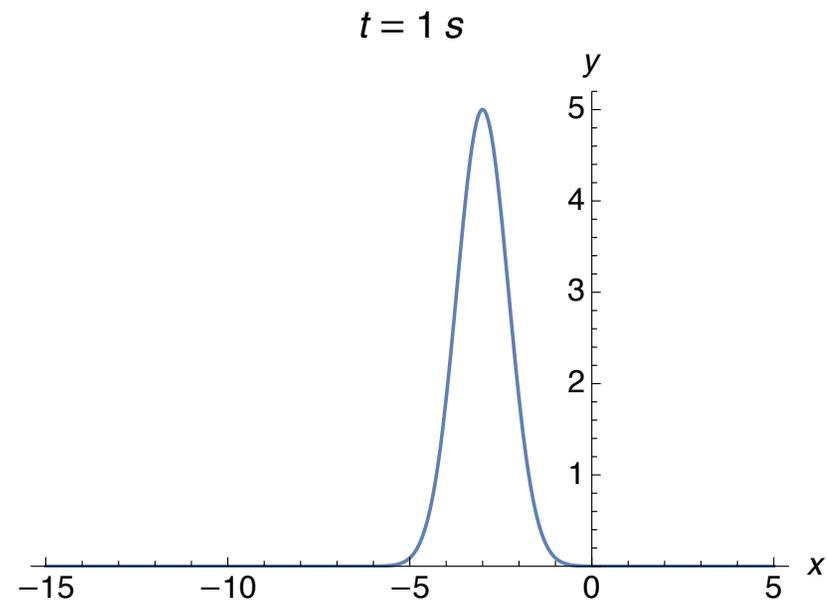
Onda transversal en una cuerda

Ondas electromagnéticas

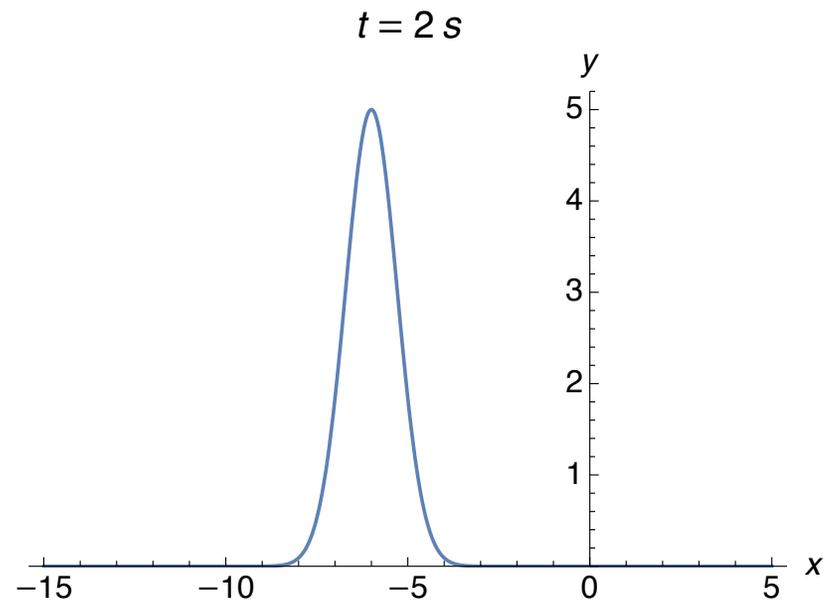
Onda longitudinal en una varilla

Ondas de presión en un gas

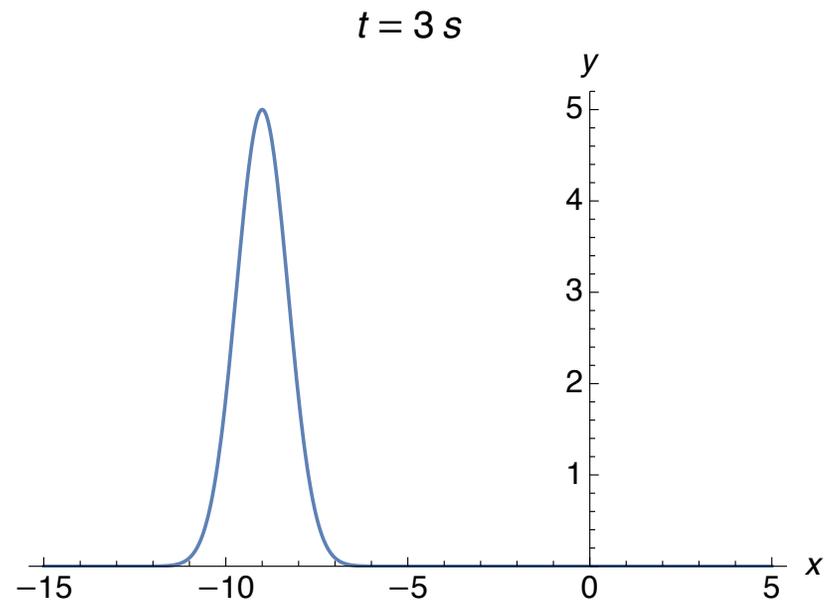
Superposición



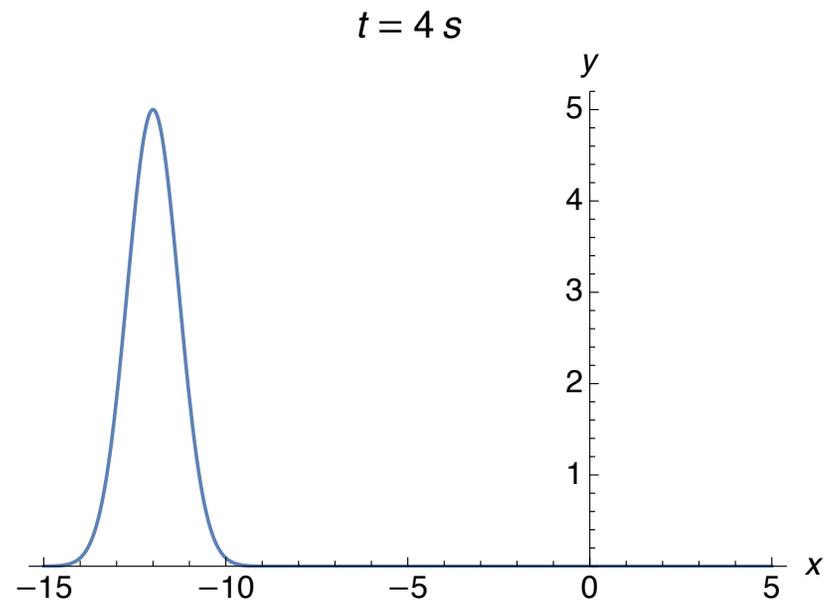
- Introducción
- Ondas viajeras
- Ondas armónicas
- Onda transversal en una cuerda
- Ondas electromagnéticas
- Onda longitudinal en una varilla
- Ondas de presión en un gas
- Superposición



- Introducción
- Ondas viajeras
- Ondas armónicas
- Onda transversal en una cuerda
- Ondas electromagnéticas
- Onda longitudinal en una varilla
- Ondas de presión en un gas
- Superposición



- Introducción
- Ondas viajeras
- Ondas armónicas
- Onda transversal en una cuerda
- Ondas electromagnéticas
- Onda longitudinal en una varilla
- Ondas de presión en un gas
- Superposición



Introducción

Ondas viajeras

Ondas armónicas

Onda transversal en una
cuerda

Ondas
electromagnéticas

Onda longitudinal en
una varilla

Ondas de presión en un
gas

Superposición

Onda periódica: Cada punto oscila con el mismo periodo.

Introducción

Ondas viajeras

Ondas armónicas

Onda transversal en una cuerda

Ondas electromagnéticas

Onda longitudinal en una varilla

Ondas de presión en un gas

Superposición

Onda periódica: Cada punto oscila con el mismo periodo.

onda armónica: Cada punto oscila siguiendo un movimiento armónico simple.

Todas las ondas pueden describirse en términos de ondas armónicas (*Teorema de Fourier*).

Introducción

Ondas viajeras

Ondas armónicas

Onda transversal en una cuerda

Ondas electromagnéticas

Onda longitudinal en una varilla

Ondas de presión en un gas

Superposición

Onda periódica: Cada punto oscila con el mismo periodo.

onda armónica: Cada punto oscila siguiendo un movimiento armónico simple.

Todas las ondas pueden describirse en términos de ondas armónicas (*Teorema de Fourier*).

Una onda armónica (senoidal) es un ejemplo muy importante de onda viajera.

Ejemplos:

- ondas electromagnéticas.
- ondas sonoras.

Una onda senoidal que se mueve a la derecha

$$y(x, t) = A \operatorname{sen} k(x - vt) = A \operatorname{sen}[kx - kvt]$$

Introducción

Ondas viajeras

Ondas armónicas

Onda transversal en una
cuerda

Ondas
electromagnéticas

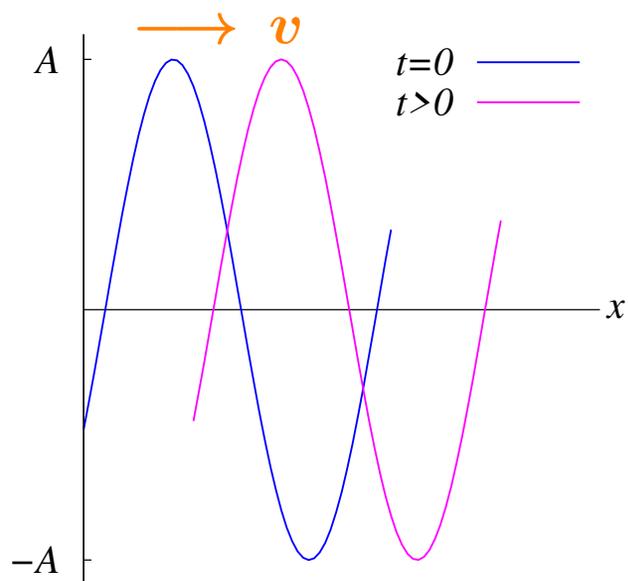
Onda longitudinal en
una varilla

Ondas de presión en un
gas

Superposición

Una onda senoidal que se mueve a la derecha

$$y(x, t) = A \operatorname{sen} k(x - vt) = A \operatorname{sen}[kx - kvt]$$



A es la amplitud

k es el número de onda

Introducción

Ondas viajeras

Ondas armónicas

Onda transversal en una cuerda

Ondas electromagnéticas

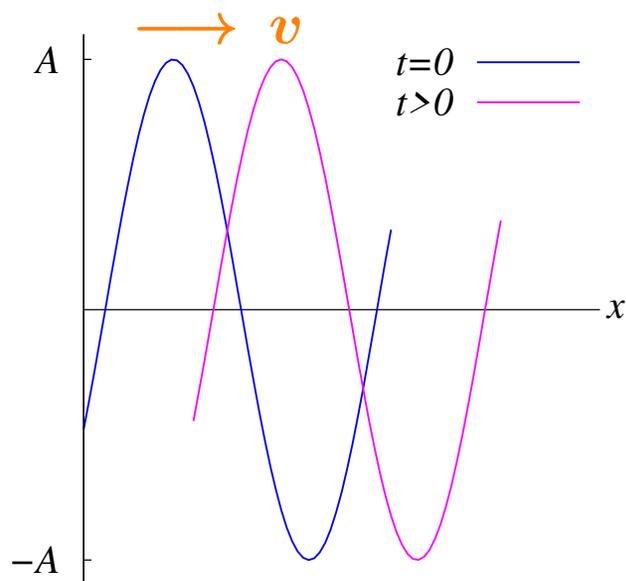
Onda longitudinal en una varilla

Ondas de presión en un gas

Superposición

Una onda senoidal que se mueve a la derecha

$$y(x, t) = A \operatorname{sen} k(x - vt) = A \operatorname{sen}[kx - kv t]$$



A es la amplitud

k es el número de onda

$$\omega = kv$$

Introducción

Ondas viajeras

Ondas armónicas

Onda transversal en una cuerda

Ondas electromagnéticas

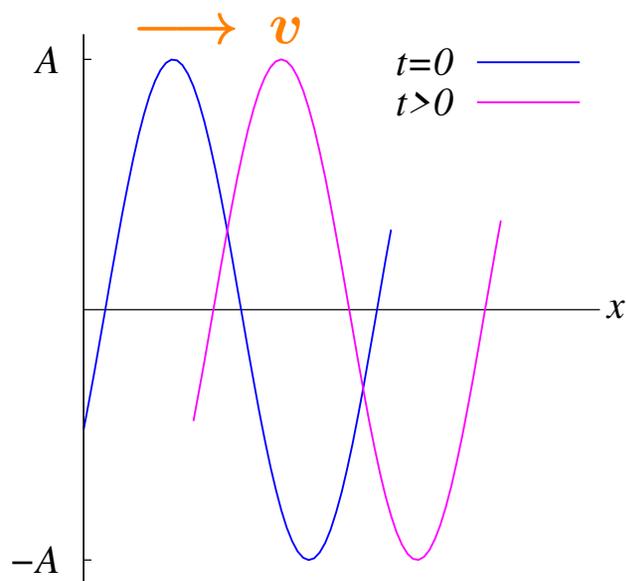
Onda longitudinal en una varilla

Ondas de presión en un gas

Superposición

Una onda senoidal que se mueve a la derecha

$$y(x, t) = A \operatorname{sen} k(x - vt) = A \operatorname{sen}[kx - kv t]$$



A es la amplitud

k es el número de onda

$$\omega = kv$$

La longitud de onda:

$$\lambda = 2\pi/k$$

Introducción

Ondas viajeras

Ondas armónicas

Onda transversal en una cuerda

Ondas electromagnéticas

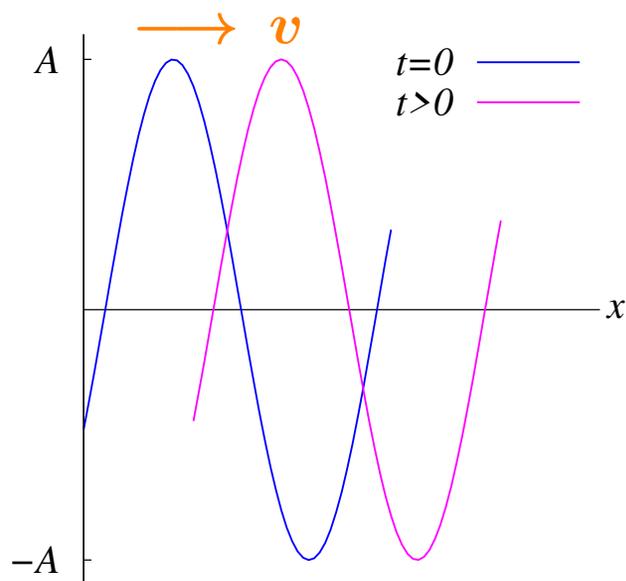
Onda longitudinal en una varilla

Ondas de presión en un gas

Superposición

Una onda senoidal que se mueve a la derecha

$$y(x, t) = A \operatorname{sen} k(x - vt) = A \operatorname{sen}[kx - kv t]$$



A es la amplitud

k es el número de onda

$$\omega = kv$$

La longitud de onda:

$$\lambda = 2\pi/k$$

La frecuencia: $\nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{kv}{2\pi} = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{v}{2\pi}; \nu = v/\lambda$

El periodo: $\tau = \frac{1}{\nu} = \frac{\lambda}{v}$

Introducción

Ondas viajeras

Ondas armónicas

Onda transversal en una cuerda

Ondas electromagnéticas

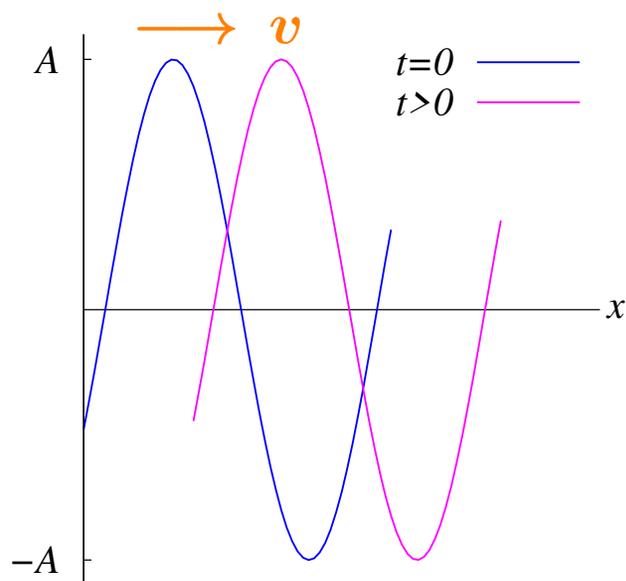
Onda longitudinal en una varilla

Ondas de presión en un gas

Superposición

Una onda senoidal que se mueve a la derecha

$$y(x, t) = A \operatorname{sen} k(x - vt) = A \operatorname{sen}[kx - kv t]$$



A es la amplitud

k es el número de onda

$$\omega = kv$$

La longitud de onda:

$$\lambda = 2\pi/k$$

La frecuencia: $\nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{kv}{2\pi} = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{v}{2\pi}; \nu = v/\lambda$

El periodo: $\tau = \frac{1}{\nu} = \frac{\lambda}{v}$

Ejercicio: Verifica que $\lambda = 2\pi/k$.

Introducción

Ondas viajeras

Ondas armónicas

Onda transversal en una cuerda

Ondas electromagnéticas

Onda longitudinal en una varilla

Ondas de presión en un gas

Superposición

- Introducción
- Ondas viajeras
- Ondas armónicas
- Onda transversal en una cuerda
- Ondas electromagnéticas
- Onda longitudinal en una varilla
- Ondas de presión en un gas
- Superposición

Además:

- En el caso de las ondas electromagnéticas en el vacío:

$$v = c, \quad \nu = \frac{c}{\lambda}$$

- En espectroscopia, el número de ondas es

$$\bar{\nu} = \frac{1}{\lambda}$$

Además:

- En el caso de las ondas electromagnéticas en el vacío:

$$v = c, \quad \nu = \frac{c}{\lambda}$$

- En espectroscopia, el número de ondas es

$$\bar{\nu} = \frac{1}{\lambda}$$

Tarea:

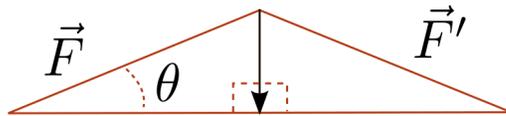
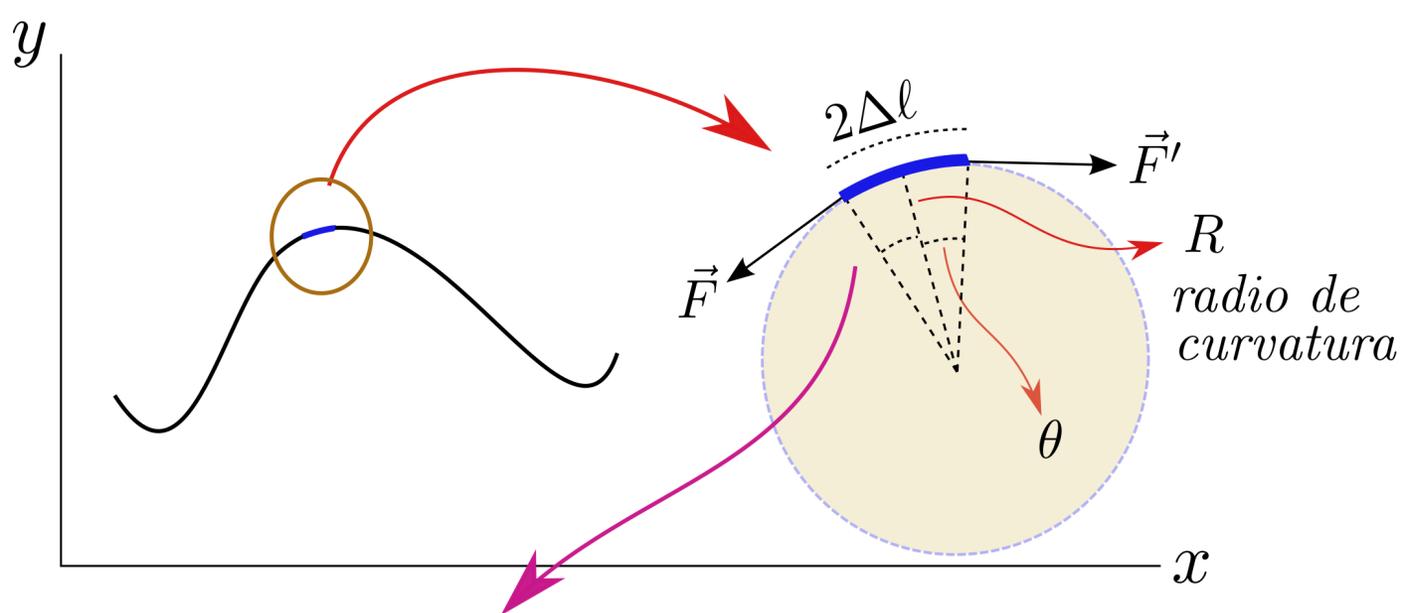
1. Verifica que la onda armónica

$$y(x, t) = A \operatorname{sen} k(x - vt)$$

satisface la ecuación de onda.

Onda transversal en una cuerda

- Introducción
- Ondas viajeras
- Ondas armónicas
- Onda transversal en una cuerda
- Ondas electromagnéticas
- Onda longitudinal en una varilla
- Ondas de presión en un gas
- Superposición

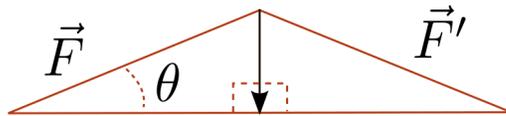
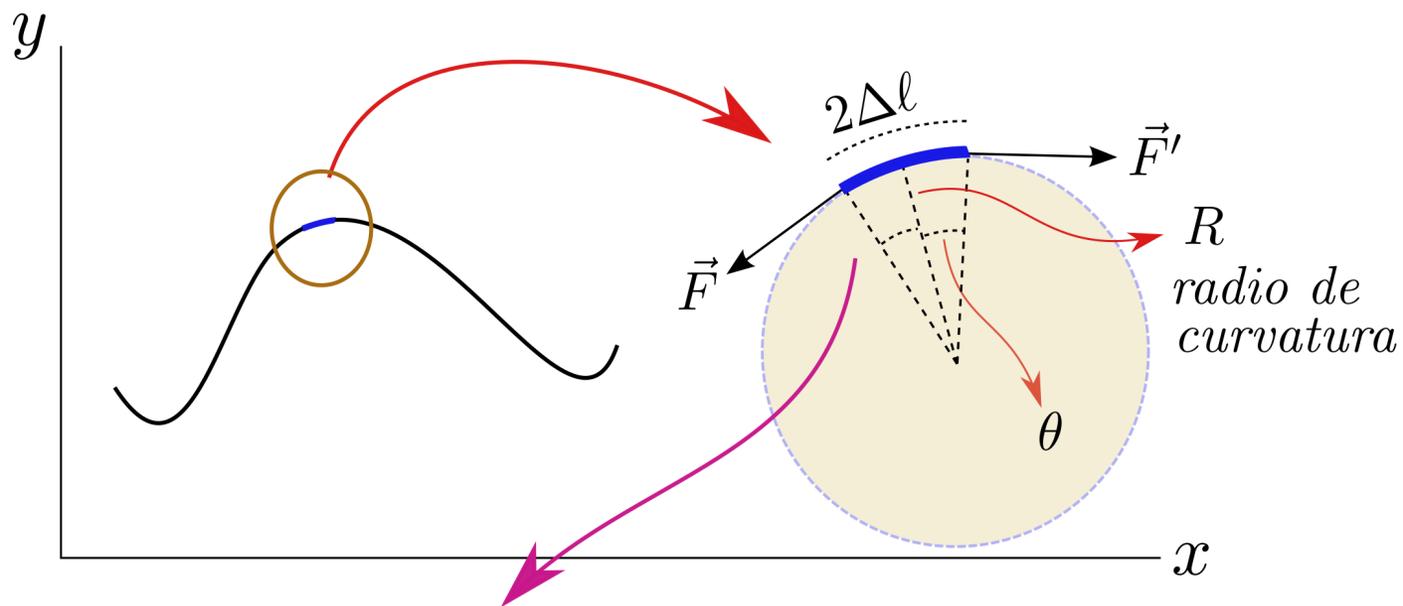


$$a_c = \frac{v^2}{R}$$

$$F_R = 2F \sin \theta \approx 2F\theta, \quad \theta \text{ pequeño}$$

Onda transversal en una cuerda

- Introducción
- Ondas viajeras
- Ondas armónicas
- Onda transversal en una cuerda
- Ondas electromagnéticas
- Onda longitudinal en una varilla
- Ondas de presión en un gas
- Superposición



$$a_c = \frac{v^2}{R}$$

$$F_R = 2F \sin \theta \approx 2F\theta, \quad \theta \text{ pequeño}$$

Ejercicio:

Demuestra que

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

Introducción

Ondas viajeras

Ondas armónicas

Onda transversal en una
cuerda

Ondas
electromagnéticas

Onda longitudinal en
una varilla

Ondas de presión en un
gas

Superposición

Ecuaciones de Maxwell y ondas electromagnéticas:

La existencia de ondas electro-
magnéticas puede deducirse a par-
tir de las ecuaciones de Maxwell del
electromagnetismo.

- Introducción
- Ondas viajeras
- Ondas armónicas
- Onda transversal en una cuerda
- Ondas electromagnéticas
- Onda longitudinal en una varilla
- Ondas de presión en un gas
- Superposición

Forma integral de las ecuaciones de Maxwell:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\epsilon_0} \quad \text{Ley de Gauss} \quad (1)$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0 \quad \text{Ley de Gauss magnética} \quad (2)$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 \left(I + \epsilon_0 \frac{d}{dt} \int \vec{E} \cdot d\vec{A} \right) \quad \text{Ley de Ampere} \quad (3)$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = -\frac{d}{dt} \int \vec{B} \cdot d\vec{A} \quad \text{Ley de Faraday} \quad (4)$$

donde

ϵ_0 :	permitividad	}	del vacío.
μ_0 :	permeabilidad		

Las ecuaciones involucran a las coordenadas espaciales y el tiempo de manera acoplada.

- Introducción
- Ondas viajeras
- Ondas armónicas
- Onda transversal en una cuerda
- Ondas electromagnéticas
- Onda longitudinal en una varilla
- Ondas de presión en un gas
- Superposición

Ley de Ampere: Un campo eléctrico variable produce un campo magnético:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 \left(I + \varepsilon_0 \frac{d}{dt} \int \vec{E} \cdot d\vec{A} \right)$$

Ley de Faraday: Un campo magnético variable produce un campo eléctrico:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = -\frac{d}{dt} \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

- Introducción
- Ondas viajeras
- Ondas armónicas
- Onda transversal en una cuerda
- Ondas electromagnéticas
- Onda longitudinal en una varilla
- Ondas de presión en un gas
- Superposición

Ley de Ampere: Un campo eléctrico variable produce un campo magnético:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 \left(I + \varepsilon_0 \frac{d}{dt} \int \vec{E} \cdot d\vec{A} \right)$$

Ley de Faraday: Un campo magnético variable produce un campo eléctrico:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = -\frac{d}{dt} \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

Es decir:

- Cuando un campo eléctrico o uno magnético cambia con el tiempo, induce un campo de la otra clase en el espacio.

Ley de Ampere: Un campo eléctrico variable produce un campo magnético:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 \left(I + \varepsilon_0 \frac{d}{dt} \int \vec{E} \cdot d\vec{A} \right)$$

Ley de Faraday: Un campo magnético variable produce un campo eléctrico:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = -\frac{d}{dt} \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

Es decir:

- Cuando un campo eléctrico o uno magnético cambia con el tiempo, induce un campo de la otra clase en el espacio.
- Se produce una perturbación que consiste en campos eléctricos y magnéticos que varían con el tiempo y se propaga en el espacio (incluso en el vacío) (**radiación electromagnética**)

Ecuaciones de Maxwell en forma diferencial:

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (5)$$

$$\nabla \times \vec{E} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \vec{0} \quad (6)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (7)$$

$$\nabla \times \vec{B} - \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \mu_0 \vec{J} \quad (8)$$

Introducción

Ondas viajeras

Ondas armónicas

Onda transversal en una
cuerda

Ondas
electromagnéticas

Onda longitudinal en
una varilla

Ondas de presión en un
gas

Superposición

Ecuaciones de Maxwell en forma diferencial:

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (5)$$

$$\nabla \times \vec{E} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \vec{0} \quad (6)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (7)$$

$$\nabla \times \vec{B} - \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \mu_0 \vec{J} \quad (8)$$

ρ : densidad de carga (carga/volumen)

\vec{J} : densidad de corriente (carga/area)

Por ejemplo, al integrar (5) sobre un volumen V limitado por una superficie A :

$$\begin{aligned} \int_V \nabla \cdot \vec{E} dV &= \int_V \frac{\rho}{\epsilon_0} dV \\ \Downarrow & \quad \Downarrow \\ \int_A \vec{E} \cdot d\vec{A} &= \frac{Q}{\epsilon_0} \end{aligned} \quad \text{ec. 1}$$

Introducción

Ondas viajeras

Ondas armónicas

Onda transversal en una cuerda

Ondas electromagnéticas

Onda longitudinal en una varilla

Ondas de presión en un gas

Superposición

- Introducción
- Ondas viajeras
- Ondas armónicas
- Onda transversal en una cuerda
- Ondas electromagnéticas
- Onda longitudinal en una varilla
- Ondas de presión en un gas
- Superposición

En ausencia de fuentes (i e. de cargas distantes en movimiento acelerado):

$$\nabla \cdot \vec{E} = 0 \tag{9}$$

$$\nabla \times \vec{E} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \vec{0} \tag{10}$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \tag{11}$$

$$\nabla \times \vec{B} - \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \vec{0} \tag{12}$$

- Introducción
- Ondas viajeras
- Ondas armónicas
- Onda transversal en una cuerda
- Ondas electromagnéticas
- Onda longitudinal en una varilla
- Ondas de presión en un gas
- Superposición

Ejercicio:

Usa las ecuaciones de Maxwell en forma diferencial para obtener una ecuación de onda para \vec{E} :

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \frac{1}{\mu_0 \epsilon_0} \nabla^2 \vec{E} \quad (13)$$

La velocidad de propagación es

$$c = \sqrt{\frac{1}{\mu_0 \epsilon_0}} = 3.00 \times 10^8 \text{ m/s}$$

- Introducción
- Ondas viajeras
- Ondas armónicas
- Onda transversal en una cuerda
- Ondas electromagnéticas
- Onda longitudinal en una varilla
- Ondas de presión en un gas
- Superposición

De igual manera:

$$\frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = \frac{1}{\mu_0 \epsilon_0} \nabla^2 \vec{B} \quad (14)$$

Además:

- Para cada componente de \vec{E} o \vec{B} :

$$\frac{\partial^2 E_i}{\partial t^2} = c^2 \nabla^2 E_i, \quad \frac{\partial^2 B_i}{\partial t^2} = c^2 \nabla^2 B_i \quad i = x, y, z$$

- Introducción
- Ondas viajeras
- Ondas armónicas
- Onda transversal en una cuerda
- Ondas electromagnéticas
- Onda longitudinal en una varilla
- Ondas de presión en un gas
- Superposición

De igual manera:

$$\frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = \frac{1}{\mu_0 \epsilon_0} \nabla^2 \vec{B} \quad (14)$$

Además:

- Para cada componente de \vec{E} o \vec{B} :

$$\frac{\partial^2 E_i}{\partial t^2} = c^2 \nabla^2 E_i, \quad \frac{\partial^2 B_i}{\partial t^2} = c^2 \nabla^2 B_i \quad i = x, y, z$$

Introducción

Ondas viajeras

Ondas armónicas

Onda transversal en una
cuerda

Ondas
electromagnéticas

Onda longitudinal en
una varilla

Ondas de presión en un
gas

Superposición

- La dirección de propagación es la del vector $\vec{E} \times \vec{B}$.
- Por lo tanto, la radiación electromagnética es transversal.

- La dirección de propagación es la del vector $\vec{E} \times \vec{B}$.
- Por lo tanto, la radiación electromagnética es transversal.
- Definiciones:

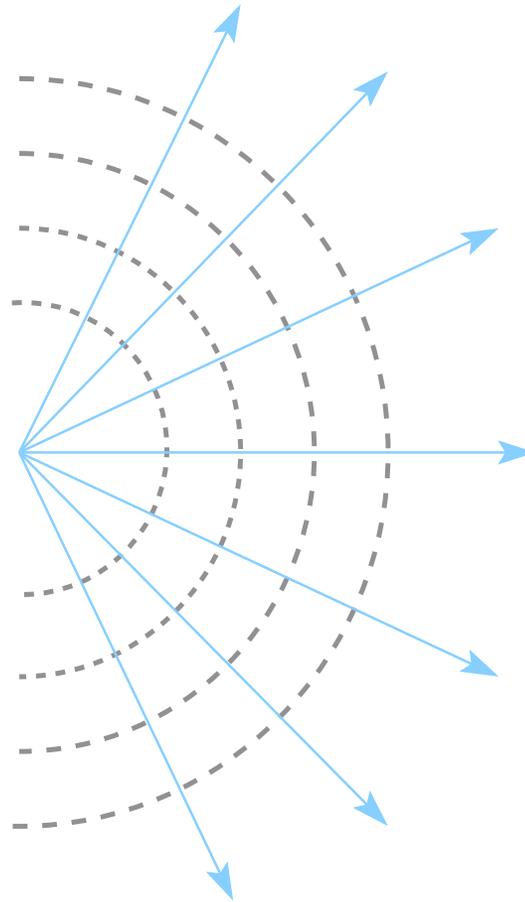
Rayo: Línea en la dirección de propagación de la onda.

Frente de onda: Superficie donde las perturbaciones están en fase.

En un medio homogéneo e isotrópico, los rayos son líneas rectas.

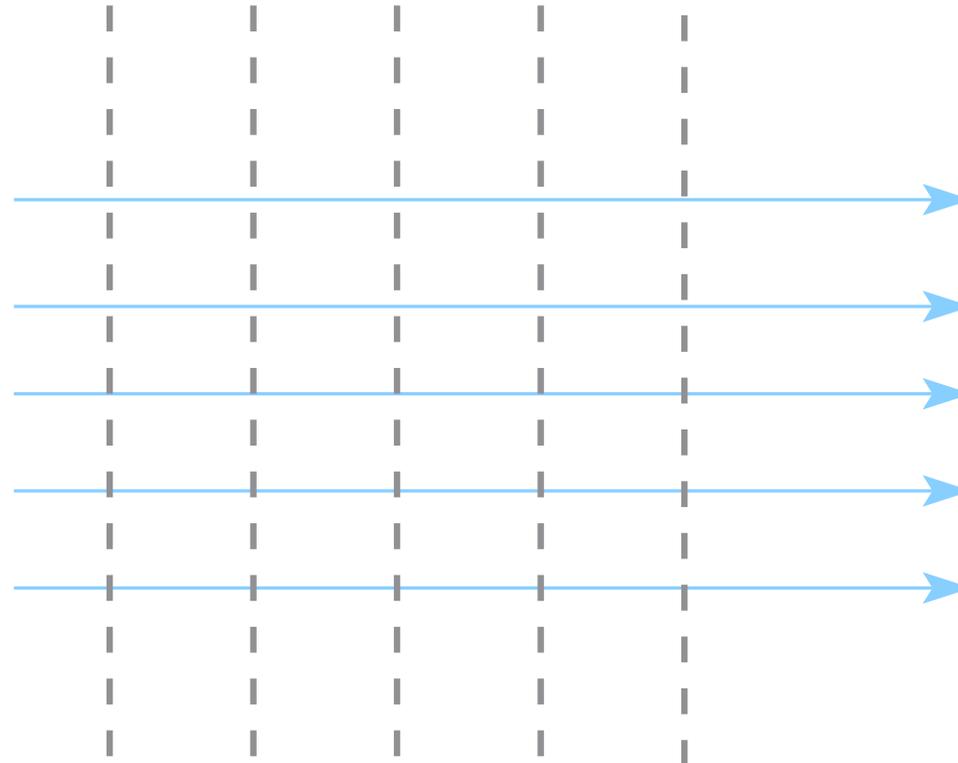
- Introducción
- Ondas viajeras
- Ondas armónicas
- Onda transversal en una cuerda
- Ondas electromagnéticas**
- Onda longitudinal en una varilla
- Ondas de presión en un gas
- Superposición

- Ondas esféricas: los rayos salen de un punto y los frentes de onda son esféricos

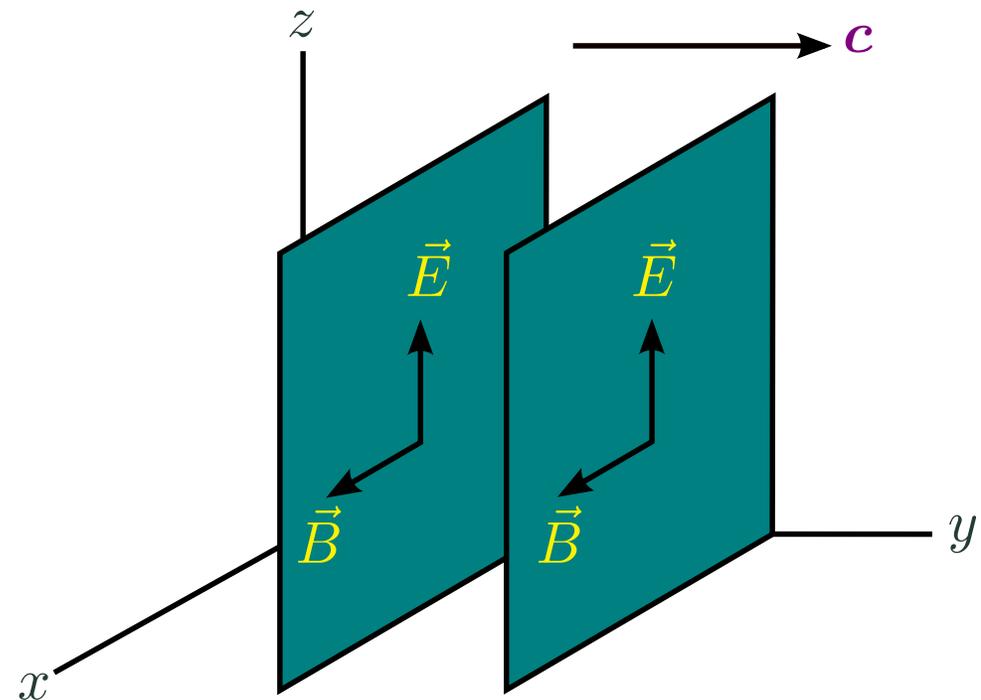


- Introducción
- Ondas viajeras
- Ondas armónicas
- Onda transversal en una cuerda
- Ondas electromagnéticas
- Onda longitudinal en una varilla
- Ondas de presión en un gas
- Superposición

- Ondas planas: rayos paralelos y frentes de ondas planos



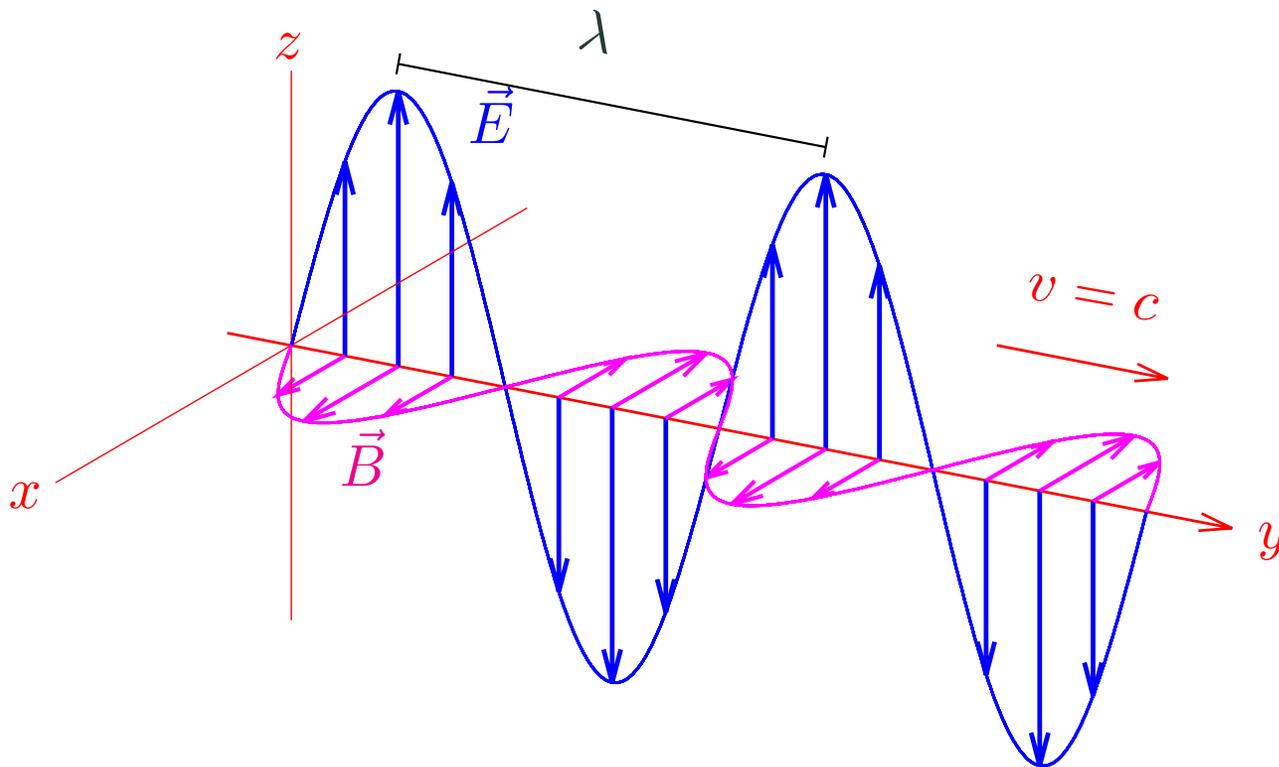
- Introducción
- Ondas viajeras
- Ondas armónicas
- Onda transversal en una cuerda
- Ondas electromagnéticas
- Onda longitudinal en una varilla
- Ondas de presión en un gas
- Superposición



$$\vec{B} = B_0 \hat{i} \sin k(y - ct)$$

donde $B_0 = E_0/c$

- Introducción
- Ondas viajeras
- Ondas armónicas
- Onda transversal en una cuerda
- Ondas electromagnéticas
- Onda longitudinal en una varilla
- Ondas de presión en un gas
- Superposición



Los vectores de campo eléctrico y magnético son perpendiculares entre sí y a la dirección de propagación.

Las ondas electromagnéticas transportan energía.

Ejercicio:

El campo eléctrico (en N/C) de una onda electromagnética monocromática plana en el vacío esta representada por

$$\vec{E} = 0.5 \text{ sen} \left[2\pi \times 10^8 \left(\frac{x}{c} - t \right) \right] \hat{k}$$

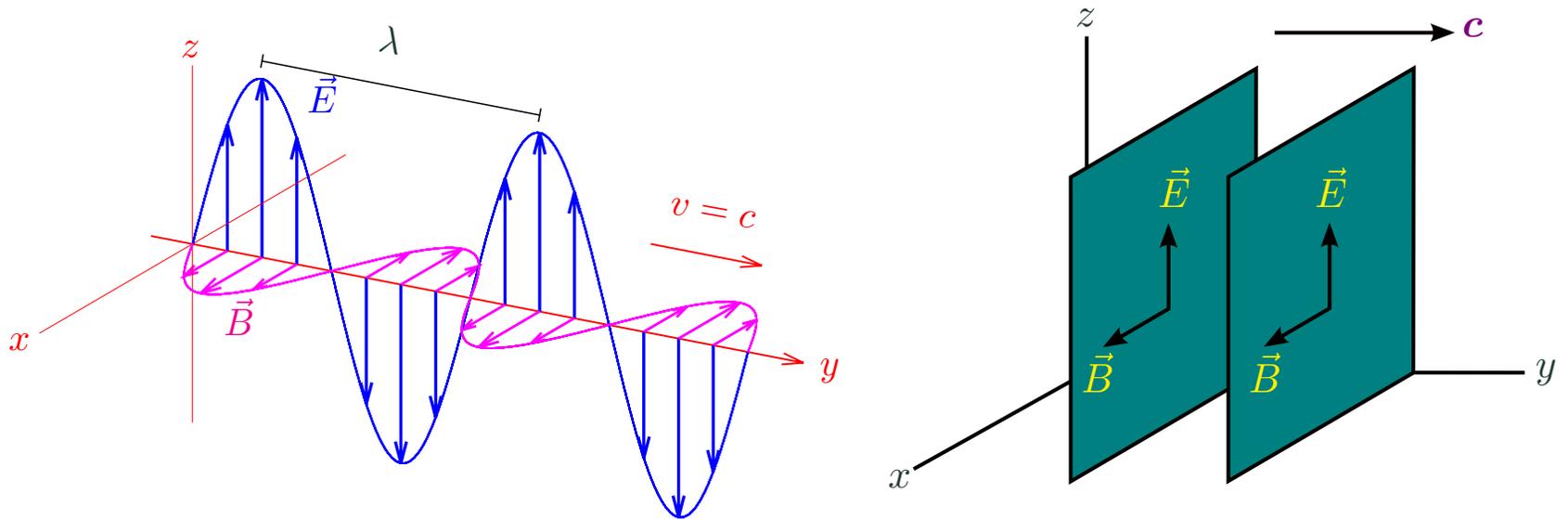
con x en metros y t en segundos.

1. Encuentra la longitud de onda.
2. ¿Cuál es la dirección de propagación?
3. ¿Cuál es el plano de polarización de la onda?
4. Calcula el campo magnético de la onda.
5. Obtén $\vec{E} \times \vec{B}$.

Ejercicio: Demuestra que se cumple la siguiente relación entre las magnitudes de \vec{E} y \vec{B} :

$$E = cB \quad \longrightarrow \quad (\vec{E} \text{ y } \vec{B} \text{ en fase})$$

Utiliza el siguiente esquema:



- Introducción
- Ondas viajeras
- Ondas armónicas
- Onda transversal en una cuerda
- Ondas electromagnéticas
- Onda longitudinal en una varilla
- Ondas de presión en un gas
- Superposición

La velocidad de las ondas depende del medio de propagación

Índice de refracción:

Cociente de la rapidez de la luz en el vacío entre la rapidez en un material

- Introducción
- Ondas viajeras
- Ondas armónicas
- Onda transversal en una cuerda
- Ondas electromagnéticas
- Onda longitudinal en una varilla
- Ondas de presión en un gas
- Superposición

La velocidad de las ondas depende del medio de propagación

Índice de refracción:

Cociente de la rapidez de la luz en el vacío entre la rapidez en un material

$$n = \frac{c}{v}, \quad n > 1 \text{ en un material}$$

Esto significa que

$$v \sim \frac{1}{n}$$

- Introducción
- Ondas viajeras
- Ondas armónicas
- Onda transversal en una cuerda
- Ondas electromagnéticas
- Onda longitudinal en una varilla
- Ondas de presión en un gas
- Superposición

SUBSTANCE	REFRACTIVE INDEX*
Vacuum	1.0000
Air	1.0003
Ice	1.309
Water	1.33
Ethyl alcohol	1.36
Glass (fused quartz)	1.46
Glass (crown)	1.52
Sodium chloride (salt)	1.54
Zircon	1.92
Diamond	2.42
* For light with a wavelength of 590 nm (590×10^{-9} m)	

- Introducción
- Ondas viajeras
- Ondas armónicas
- Onda transversal en una cuerda
- Ondas electromagnéticas
- Onda longitudinal en una varilla
- Ondas de presión en un gas
- Superposición



Diamond

2.417 - 2.419



Emerald

1.565 - 1.602



Sphene

1.691 - 1.700



Beryl

1.565 - 1.602



Zircon

1.81 - 2.02



Aquamarine

1.564 - 1.596



Spessartite Garnet

1.79 - 1.82



Morganite

1.562-1.602



Almandine Garnet

1.77 - 1.82



Ametrine

1.544 - 1.553



Sapphire

1.762 - 1.788



Quartz

1.544 - 1.553



Ruby

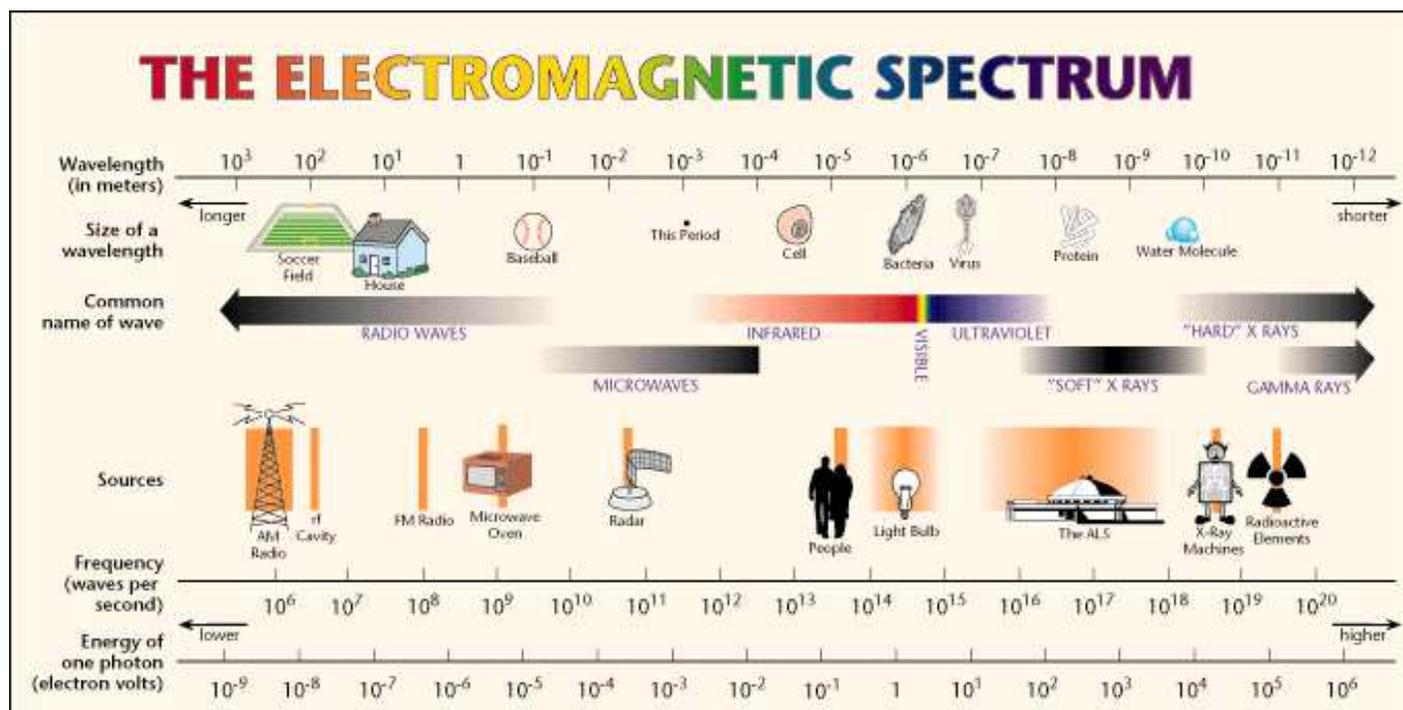
1.762 - 1.778



Citrine

1.544 - 1.553

Espectro electromagnético

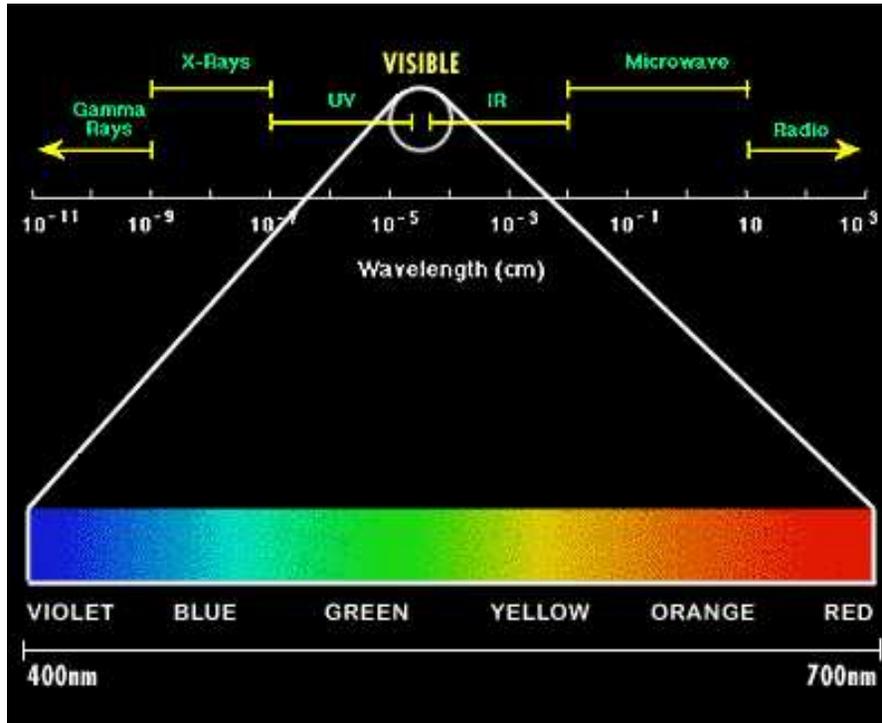


Tomado de:

<http://www.lbl.gov/MicroWorlds/ALSTool/EMSpec/EMSpec2.html>

- Introducción
- Ondas viajeras
- Ondas armónicas
- Onda transversal en una cuerda
- Ondas electromagnéticas
- Onda longitudinal en una varilla
- Ondas de presión en un gas
- Superposición

- Introducción
- Ondas viajeras
- Ondas armónicas
- Onda transversal en una cuerda
- Ondas electromagnéticas
- Onda longitudinal en una varilla
- Ondas de presión en un gas
- Superposición



color	ν (10^{12} Hz)	λ (nm)
rojo	384–482	780–622
naranja	482–503	622–597
amarillo	503–520	597–577
verde	520–610	577–492
azul	610–659	492–455
violeta	659–769	455–390

- Introducción
- Ondas viajeras
- Ondas armónicas
- Onda transversal en una cuerda
- Ondas electromagnéticas
- Onda longitudinal en una varilla
- Ondas de presión en un gas
- Superposición

- Las diferentes regiones del espectro electromagnético se usan para investigar diferentes procesos moleculares.
- Es posible estudiar las transiciones energéticas involucradas en los diferentes procesos.

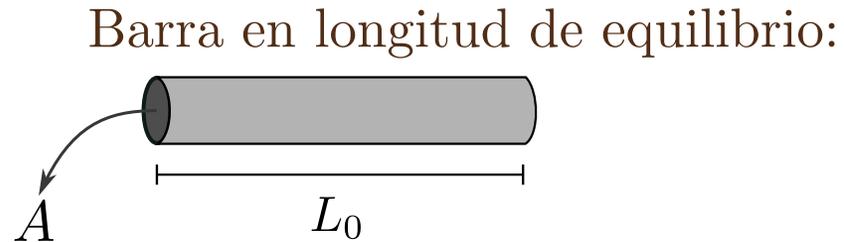
Por ejemplo:

espectroscopia
rotacional
vibracional
electrónica
resonancia magnética nuclear

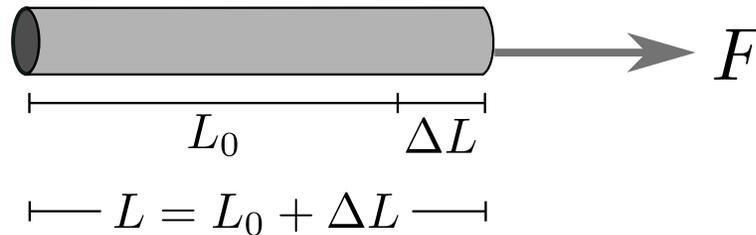
interacción radiación ↔ materia

Onda longitudinal en una varilla

Esfuerzo y deformación de un sólido:



Barra deformada:



$$\text{esfuerzo normal} = \frac{F}{A} \equiv \sigma$$

$$\text{deformación} = \frac{\Delta L}{L_0}$$

Introducción

Ondas viajeras

Ondas armónicas

Onda transversal en una cuerda

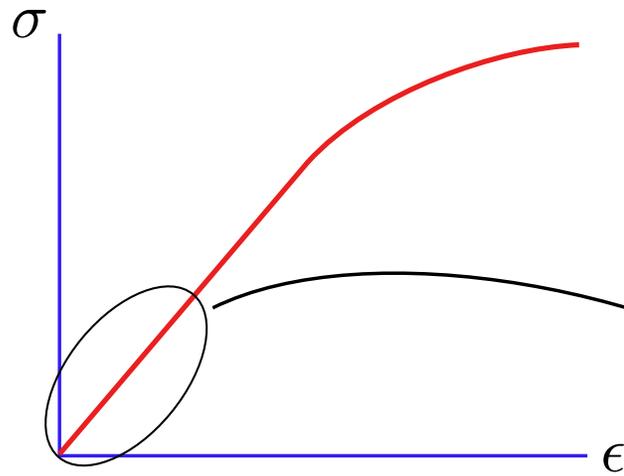
Ondas electromagnéticas

Onda longitudinal en una varilla

Ondas de presión en un gas

Superposición

- Introducción
- Ondas viajeras
- Ondas armónicas
- Onda transversal en una cuerda
- Ondas electromagnéticas
- Onda longitudinal en una varilla
- Ondas de presión en un gas
- Superposición



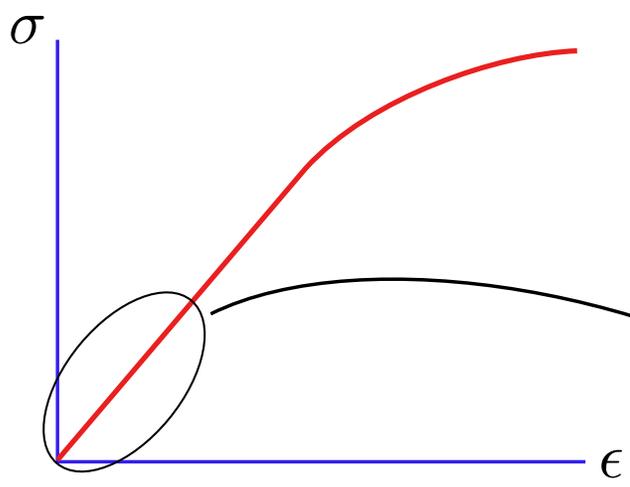
$$\epsilon = \Delta L / L_0$$

$$\sigma = F / A$$

$$Y = \sigma / \epsilon$$

Intervalo de validez
del modelo lineal

- Introducción
- Ondas viajeras
- Ondas armónicas
- Onda transversal en una cuerda
- Ondas electromagnéticas
- Onda longitudinal en una varilla
- Ondas de presión en un gas
- Superposición



$$\epsilon = \Delta L / L_0$$

$$\sigma = F / A$$

$$Y = \sigma / \epsilon$$

Intervalo de validez del modelo lineal

Una máquina de ensayos de tracción:



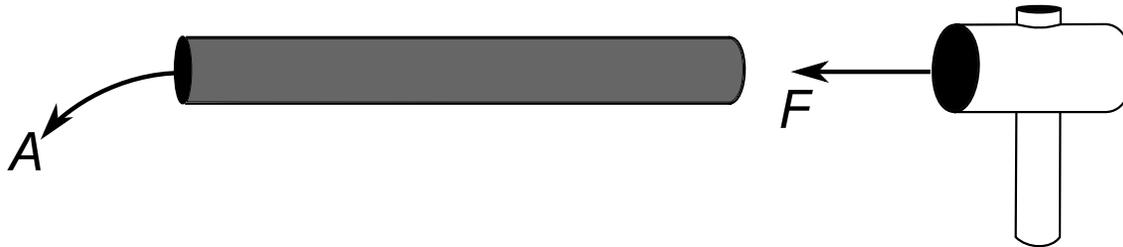
permite medir Y

Módulo de Young de algunos materiales

Material	$Y/10^{10}$ Pa
Aluminio	7.0
Latón	9.0
Cobre	11
Hierro	21
Acero	20

- Introducción
- Ondas viajeras
- Ondas armónicas
- Onda transversal en una cuerda
- Ondas electromagnéticas
- Onda longitudinal en una varilla
- Ondas de presión en un gas
- Superposición

Una varilla que se deforma al golpearla:

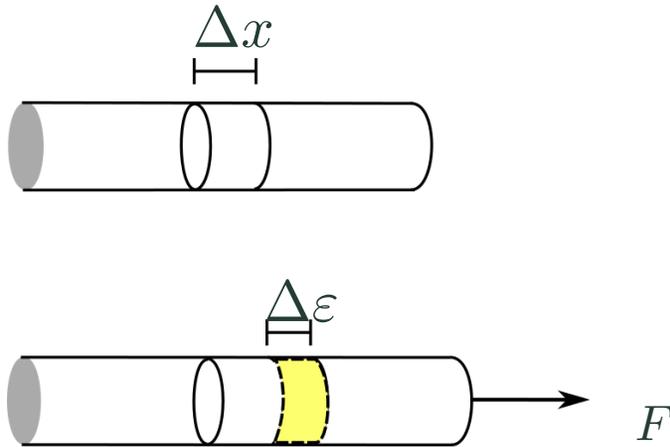


- Introducción
- Ondas viajeras
- Ondas armónicas
- Onda transversal en una cuerda
- Ondas electromagnéticas
- Onda longitudinal en una varilla
- Ondas de presión en un gas
- Superposición

Una varilla que se deforma al golpearla:

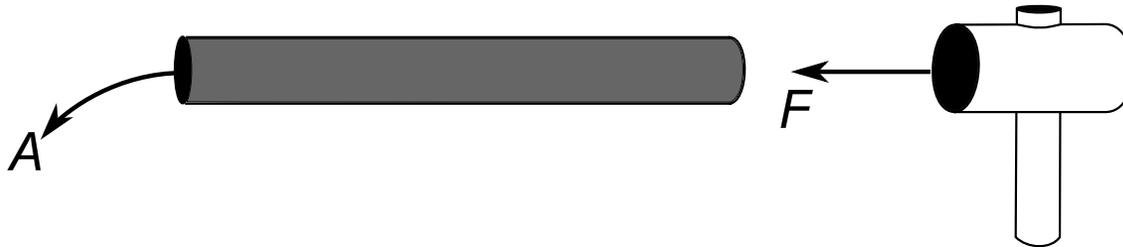


Para una sección del material deformable:

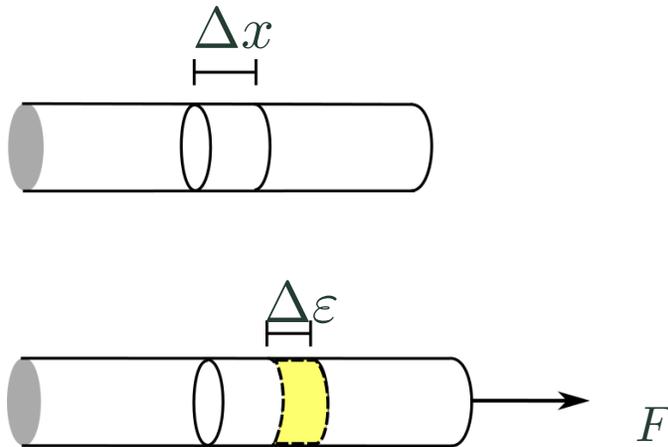


- Introducción
- Ondas viajeras
- Ondas armónicas
- Onda transversal en una cuerda
- Ondas electromagnéticas
- Onda longitudinal en una varilla
- Ondas de presión en un gas
- Superposición

Una varilla que se deforma al golpearla:



Para una sección del material deformable:



Módulo de Young:

$$Y = \frac{F}{\frac{A}{\frac{\Delta \epsilon}{\Delta x}}}$$

- Introducción
- Ondas viajeras
- Ondas armónicas
- Onda transversal en una cuerda
- Ondas electromagnéticas
- Onda longitudinal en una varilla
- Ondas de presión en un gas
- Superposición

Por lo tanto:

$$\sigma = \frac{F}{A} = Y \left(\frac{\Delta \varepsilon}{\Delta x} \right)$$

Cuando $\Delta x \rightarrow 0$:

$$\sigma = Y \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right)$$

- Introducción
- Ondas viajeras
- Ondas armónicas
- Onda transversal en una cuerda
- Ondas electromagnéticas
- Onda longitudinal en una varilla
- Ondas de presión en un gas
- Superposición

Por lo tanto:

$$\sigma = \frac{F}{A} = Y \left(\frac{\Delta \varepsilon}{\Delta x} \right)$$

Cuando $\Delta x \rightarrow 0$:

$$\sigma = Y \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right)$$

Para el elemento Δx :



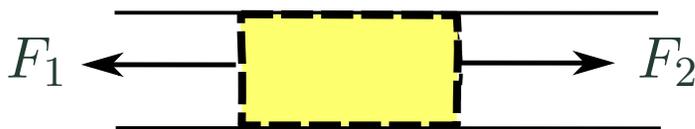
$$\Delta m = \rho \Delta V = \rho A \Delta x$$

- Introducción
- Ondas viajeras
- Ondas armónicas
- Onda transversal en una cuerda
- Ondas electromagnéticas
- Onda longitudinal en una varilla
- Ondas de presión en un gas
- Superposición

Por lo tanto:

$$\sigma = \frac{F}{A} = Y \left(\frac{\Delta \varepsilon}{\Delta x} \right)$$

Para el elemento Δx :



$$\Delta m = \rho \Delta V = \rho A \Delta x$$

Por lo tanto:

$$\frac{F_2}{A} = \frac{F_1}{A} + \left(\frac{\partial \sigma}{\partial x} \right) \Delta x,$$

Cuando $\Delta x \rightarrow 0$:

$$\sigma = Y \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right)$$

$$\sigma(x + \Delta x) = \sigma(x) + \left(\frac{\partial \sigma}{\partial x} \right) \Delta x$$

donde

$$\sigma(x) = \frac{F_1}{A} \quad \sigma(x + \Delta x) = \frac{F_2}{A}$$

$$\frac{F_2}{A} = \frac{F_1}{A} + Y \left(\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial x^2} \right) \Delta x$$

- Introducción
- Ondas viajeras
- Ondas armónicas
- Onda transversal en una cuerda
- Ondas electromagnéticas
- Onda longitudinal en una varilla
- Ondas de presión en un gas
- Superposición

Es decir:

$$F_2 - F_1 = A(\Delta x) Y \left(\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial x^2} \right)$$

Segunda ley de Newton:

$$F_2 - F_1 = (\Delta m) a = (\Delta m) \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial t^2}$$

- Introducción
- Ondas viajeras
- Ondas armónicas
- Onda transversal en una cuerda
- Ondas electromagnéticas
- Onda longitudinal en una varilla
- Ondas de presión en un gas
- Superposición

Es decir:

$$F_2 - F_1 = A(\Delta x) Y \left(\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial x^2} \right)$$

Segunda ley de Newton:

$$F_2 - F_1 = (\Delta m) a = (\Delta m) \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial t^2} = (\rho A \Delta x) \left(\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial t^2} \right)$$

- Introducción
- Ondas viajeras
- Ondas armónicas
- Onda transversal en una cuerda
- Ondas electromagnéticas
- Onda longitudinal en una varilla
- Ondas de presión en un gas
- Superposición

Es decir:

$$F_2 - F_1 = A(\Delta x) Y \left(\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial x^2} \right)$$

Segunda ley de Newton:

$$F_2 - F_1 = (\Delta m) a = (\Delta m) \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial t^2} = (\rho A \Delta x) \left(\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial t^2} \right)$$

Por lo tanto:

$$\cancel{A \Delta x} Y \left(\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial x^2} \right) = \rho \cancel{A \Delta x} \left(\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial t^2} \right)$$

- Introducción
- Ondas viajeras
- Ondas armónicas
- Onda transversal en una cuerda
- Ondas electromagnéticas
- Onda longitudinal en una varilla
- Ondas de presión en un gas
- Superposición

Es decir:

$$F_2 - F_1 = A(\Delta x) Y \left(\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial x^2} \right)$$

Segunda ley de Newton:

$$F_2 - F_1 = (\Delta m) a = (\Delta m) \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial t^2} = (\rho A \Delta x) \left(\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial t^2} \right)$$

Por lo tanto:

$$\cancel{A \Delta x} Y \left(\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial x^2} \right) = \rho \cancel{A \Delta x} \left(\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial t^2} \right)$$

Se obtiene
la ecuación de onda:

$$\left(\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial t^2} \right) = \frac{Y}{\rho} \left(\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial x^2} \right)$$

La velocidad de propagación
de la onda longitudinal es:

$$v = \sqrt{\frac{Y}{\rho}}$$

Ondas de presión en un gas

Introducción

Ondas viajeras

Ondas armónicas

Onda transversal en una cuerda

Ondas electromagnéticas

Onda longitudinal en una varilla

Ondas de presión en un gas

Superposición

- Las variaciones de presión en un gas producen ondas elásticas (compresiones y expansiones que se propagan a lo largo del gas, sonido).

Ondas de presión en un gas

Introducción

Ondas viajeras

Ondas armónicas

Onda transversal en una cuerda

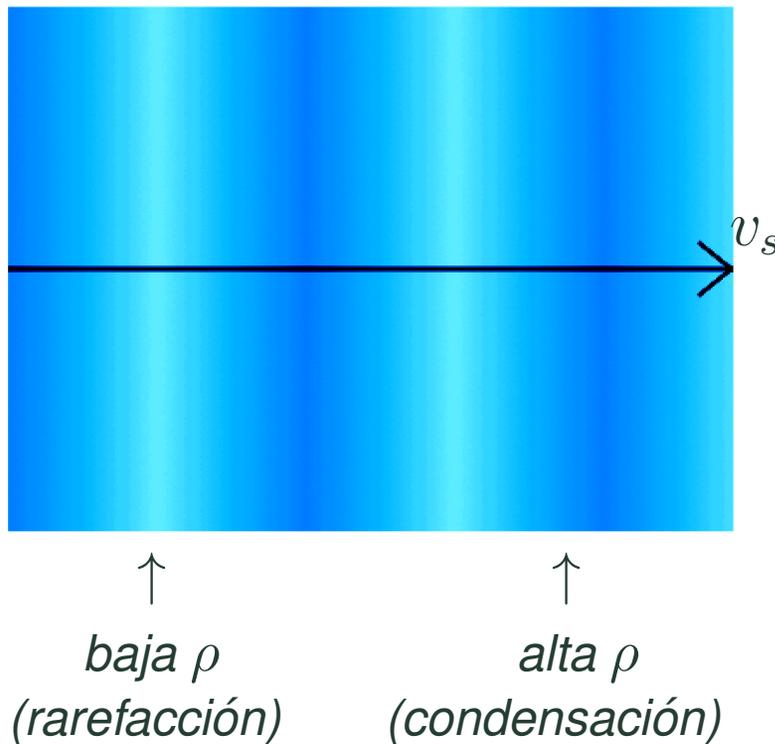
Ondas electromagnéticas

Onda longitudinal en una varilla

Ondas de presión en un gas

Superposición

- Las variaciones de presión en un gas producen ondas elásticas (compresiones y expansiones que se propagan a lo largo del gas, sonido).
- Por las fluctuaciones en la presión p , la densidad ρ también fluctúa de manera significativa pues los gases son muy compresibles.



Ondas de presión en un gas

Introducción

Ondas viajeras

Ondas armónicas

Onda transversal en una cuerda

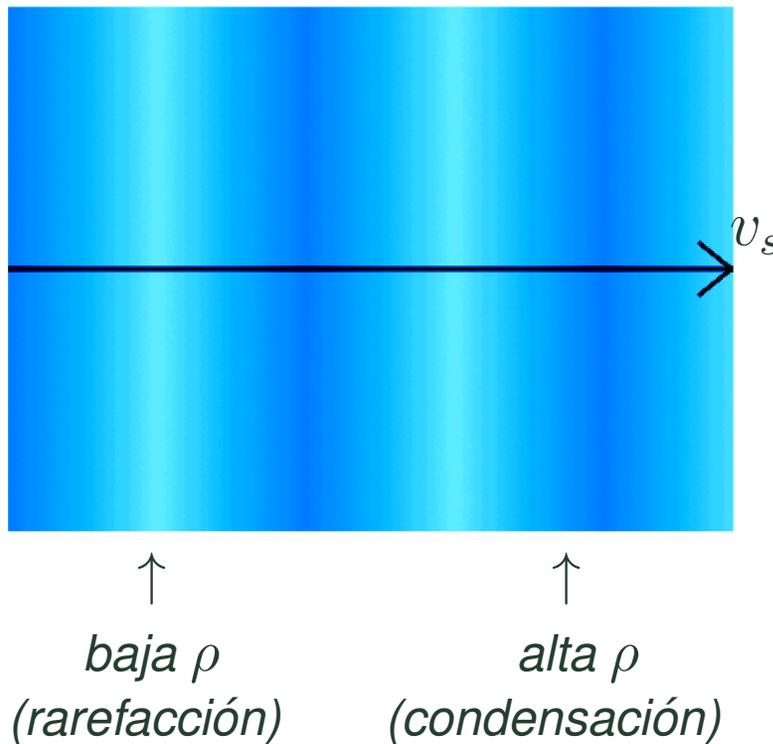
Ondas electromagnéticas

Onda longitudinal en una varilla

Ondas de presión en un gas

Superposición

- Las variaciones de presión en un gas producen ondas elásticas (compresiones y expansiones que se propagan a lo largo del gas, sonido).
- Por las fluctuaciones en la presión p , la densidad ρ también fluctúa de manera significativa pues los gases son muy compresibles.



Para una onda de presión armónica:

$$\Delta p = p_0 \text{ sen } k(x - v_s t)$$

donde

- p_0 : presión de referencia (presión promedio).
- $p = p_0 + \Delta p$.
- v_s : velocidad del sonido.

De igual manera:

$$\Delta\rho = \rho_0 \text{sen } k(x - v_s t)$$

donde

- ρ_0 : densidad de referencia (presión promedio).
- $\rho = \rho_0 + \Delta\rho$.
- v_s : velocidad del sonido.

Además:

- v_s puede ser obtenida al analizar la dinámica de medios continuos (un fluido, en este caso).

Introducción

Ondas viajeras

Ondas armónicas

Onda transversal en una cuerda

Ondas electromagnéticas

Onda longitudinal en una varilla

Ondas de presión en un gas

Superposición

De igual manera:

$$\Delta\rho = \rho_0 \text{sen } k(x - v_s t)$$

donde

- ρ_0 : densidad de referencia (presión promedio).
- $\rho = \rho_0 + \Delta\rho$.
- v_s : velocidad del sonido.

Además:

- v_s puede ser obtenida al analizar la dinámica de medios continuos (un fluido, en este caso).
- v_s puede ser relacionada con propiedades termodinámicas como densidad, capacidad calorífica y coef. de compresibilidad.

Introducción

Ondas viajeras

Ondas armónicas

Onda transversal en una cuerda

Ondas electromagnéticas

Onda longitudinal en una varilla

Ondas de presión en un gas

Superposición

De igual manera:

$$\Delta\rho = \rho_0 \text{sen } k(x - v_s t)$$

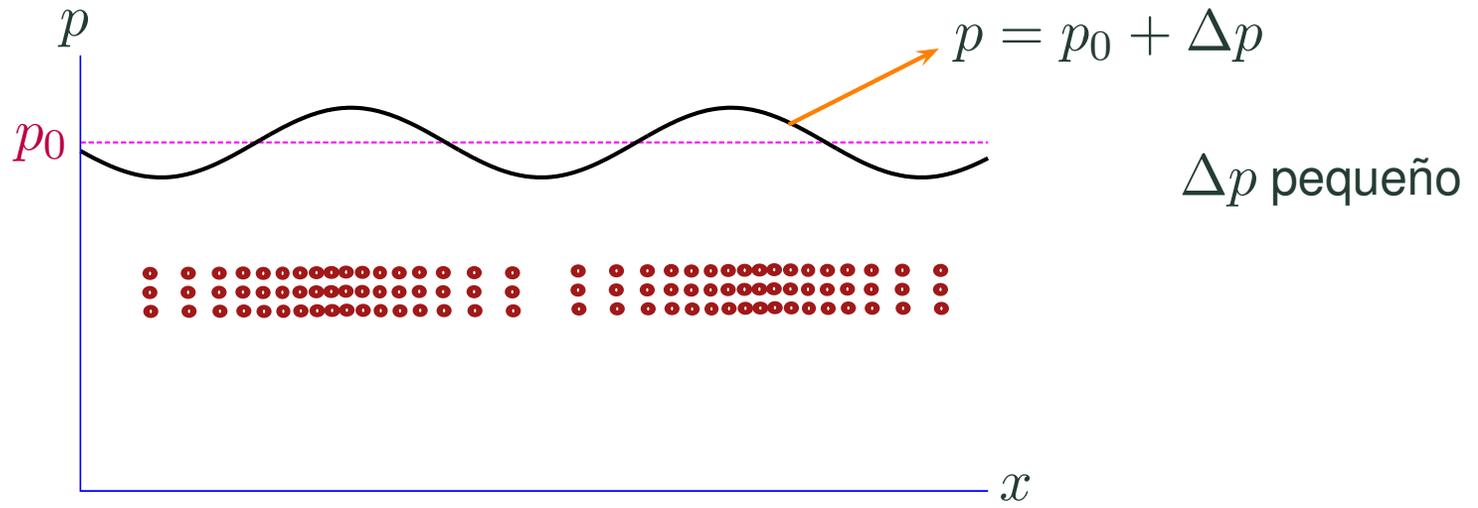
donde

- ρ_0 : densidad de referencia (presión promedio).
- $\rho = \rho_0 + \Delta\rho$.
- v_s : velocidad del sonido.

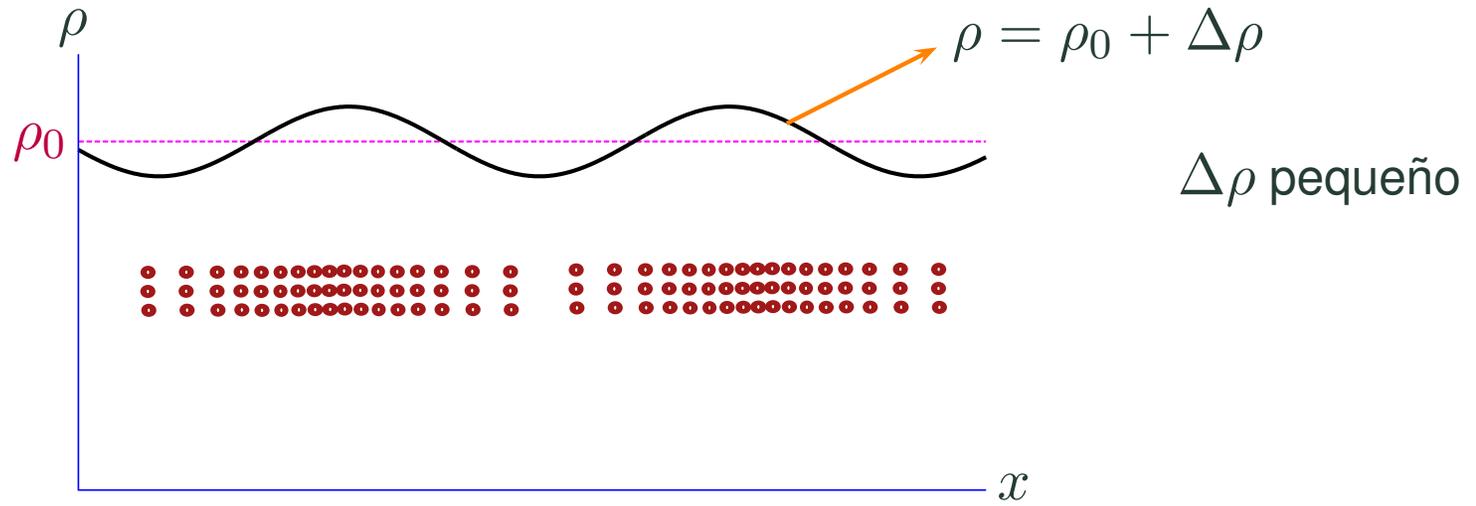
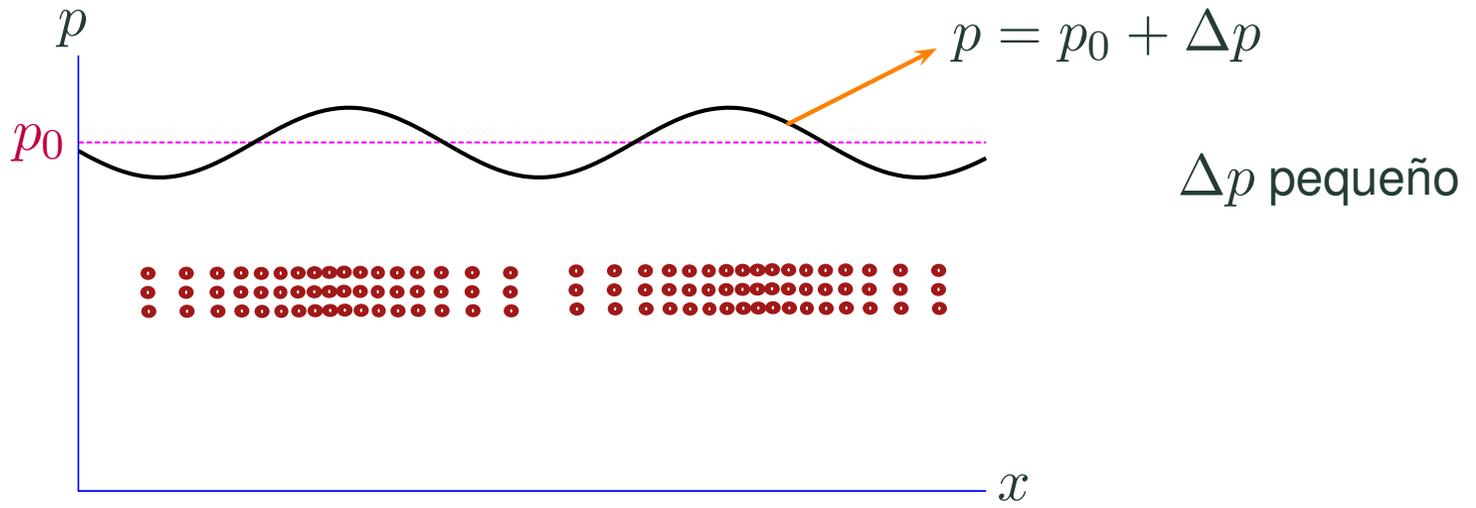
Además:

- v_s puede ser obtenida al analizar la dinámica de medios continuos (un fluido, en este caso).
- v_s puede ser relacionada con propiedades termodinámicas como densidad, capacidad calorífica y coef. de compresibilidad.
- El movimiento ondulatorio en un gas es un proceso adiabático (Δp ocurre muy rápido y no hay transferencia de calor (entropía constante)).

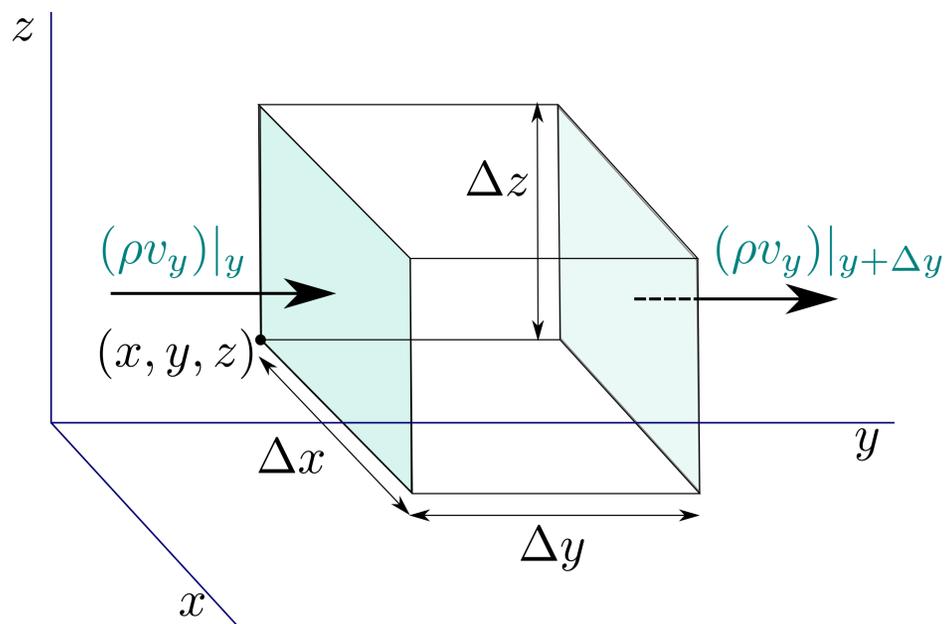
- Introducción
- Ondas viajeras
- Ondas armónicas
- Onda transversal en una cuerda
- Ondas electromagnéticas
- Onda longitudinal en una varilla
- Ondas de presión en un gas
- Superposición



- Introducción
- Ondas viajeras
- Ondas armónicas
- Onda transversal en una cuerda
- Ondas electromagnéticas
- Onda longitudinal en una varilla
- Ondas de presión en un gas
- Superposición

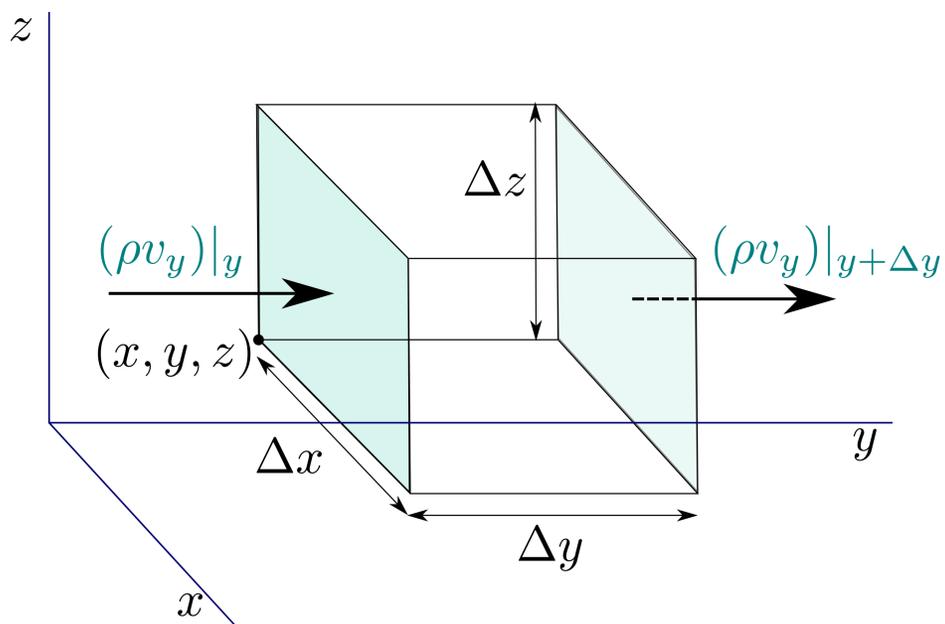


Balance de materia para un elemento de volumen:
vel. acumulación = vel. entrada – vel. salida



- Introducción
- Ondas viajeras
- Ondas armónicas
- Onda transversal en una cuerda
- Ondas electromagnéticas
- Onda longitudinal en una varilla
- Ondas de presión en un gas
- Superposición

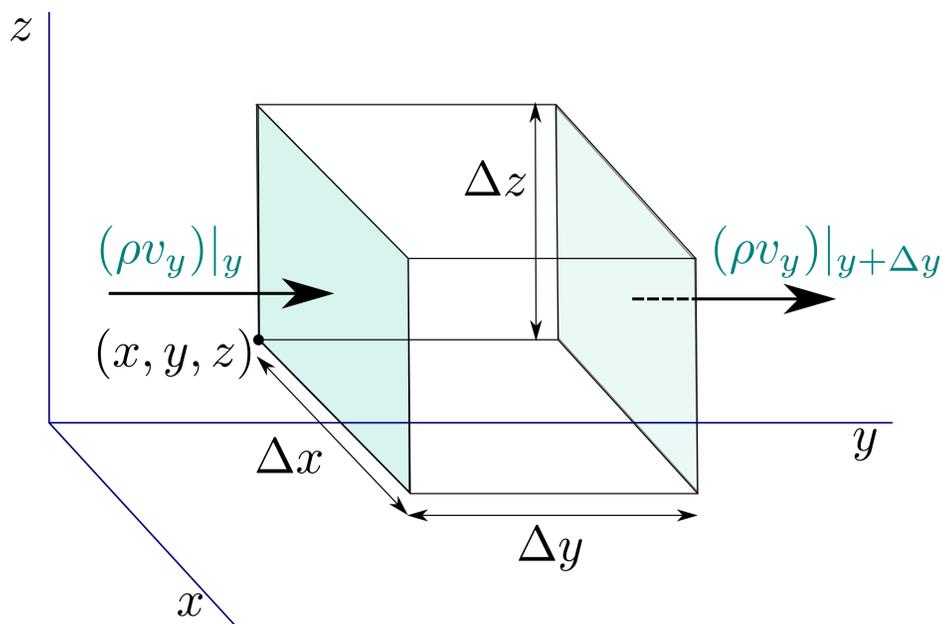
Balance de materia para un elemento de volumen:
 vel. acumulación = vel. entrada – vel. salida



$$\begin{aligned} \Delta x \Delta y \Delta z \frac{\partial \rho}{\partial t} = & \Delta y \Delta z [(\rho v_x)|_x - (\rho v_x)|_{x+\Delta x}] \\ & + \Delta x \Delta z [(\rho v_y)|_y - (\rho v_y)|_{y+\Delta y}] \\ & + \Delta x \Delta y [(\rho v_z)|_z - (\rho v_z)|_{z+\Delta z}] \end{aligned}$$

- Introducción
- Ondas viajeras
- Ondas armónicas
- Onda transversal en una cuerda
- Ondas electromagnéticas
- Onda longitudinal en una varilla
- Ondas de presión en un gas
- Superposición

Balance de materia para un elemento de volumen:
 vel. acumulación = vel. entrada – vel. salida



$$\begin{aligned} \Delta x \Delta y \Delta z \frac{\partial \rho}{\partial t} = & \Delta y \Delta z [(\rho v_x)|_x - (\rho v_x)|_{x+\Delta x}] \\ & + \Delta x \Delta z [(\rho v_y)|_y - (\rho v_y)|_{y+\Delta y}] \\ & + \Delta x \Delta y [(\rho v_z)|_z - (\rho v_z)|_{z+\Delta z}] \end{aligned}$$

Dividir entre $\Delta x \Delta y \Delta z$:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{(\rho v_x)|_x - (\rho v_x)|_{x+\Delta x}}{\Delta x} + \frac{(\rho v_y)|_y - (\rho v_y)|_{y+\Delta y}}{\Delta y} + \frac{(\rho v_z)|_z - (\rho v_z)|_{z+\Delta z}}{\Delta z}$$

- Introducción
- Ondas viajeras
- Ondas armónicas
- Onda transversal en una cuerda
- Ondas electromagnéticas
- Onda longitudinal en una varilla
- Ondas de presión en un gas
- Superposición

- Introducción
- Ondas viajeras
- Ondas armónicas
- Onda transversal en una cuerda
- Ondas electromagnéticas
- Onda longitudinal en una varilla
- Ondas de presión en un gas
- Superposición

Cuando $\Delta x, \Delta y$ y $\Delta z \rightarrow 0$:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\nabla \cdot (\rho \vec{v}) \quad \Rightarrow \quad \text{ecuación de continuidad}$$

- Introducción
- Ondas viajeras
- Ondas armónicas
- Onda transversal en una cuerda
- Ondas electromagnéticas
- Onda longitudinal en una varilla
- Ondas de presión en un gas
- Superposición

Cuando $\Delta x, \Delta y$ y $\Delta z \rightarrow 0$:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\nabla \cdot (\rho \vec{v}) \quad \Rightarrow \quad \text{ecuación de continuidad}$$

En una dimensión:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho v}{\partial x} = 0$$

Cuando $\Delta x, \Delta y$ y $\Delta z \rightarrow 0$:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\nabla \cdot (\rho \vec{v}) \quad \Rightarrow \quad \text{ecuación de continuidad}$$

En una dimensión:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho v}{\partial x} = 0$$

+

Ecuación de Euler (balance de momento lineal):

$$\frac{\partial p}{\partial x} + \rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} \right) = 0$$

↓

$$\begin{aligned} p &= p_0 + \Delta p \\ \rho &= \rho_0 + \Delta \rho \end{aligned}$$

Ecuación de onda:

$$\frac{\partial^2 \Delta p}{\partial x^2} = v_s^2 \left(\frac{\partial^2 \Delta p}{\partial t^2} \right), \quad \text{donde} \quad v_s^2 = \frac{\partial p}{\partial \rho}$$

Introducción

Ondas viajeras

Ondas armónicas

Onda transversal en una cuerda

Ondas electromagnéticas

Onda longitudinal en una varilla

Ondas de presión en un gas

Superposición

Cuando $\Delta x, \Delta y$ y $\Delta z \rightarrow 0$:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\nabla \cdot (\rho \vec{v}) \quad \Rightarrow \quad \text{ecuación de continuidad}$$

En una dimensión:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho v}{\partial x} = 0$$

+

Ecuación de Euler (balance de momento lineal):

$$\frac{\partial p}{\partial x} + \rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} \right) = 0$$

↓

$$\begin{aligned} p &= p_0 + \Delta p \\ \rho &= \rho_0 + \Delta \rho \end{aligned}$$

Ecuación de onda:

$$\frac{\partial^2 \Delta p}{\partial x^2} = v_s^2 \left(\frac{\partial^2 \Delta p}{\partial t^2} \right), \quad \text{donde} \quad v_s^2 = \frac{\partial p}{\partial \rho}$$

Ver:

- Bird, Stewart & Lightfoot, *Transport Phenomena*, 2nd. edn., John Wiley & Sons, USA, 2002.
- W. F. Smith *Waves and Oscillations. A prelude to Quantum Mechanics*. Oxford University Press, 2010. Sec. 9.8

Introducción

Ondas viajeras

Ondas armónicas

Onda transversal en una cuerda

Ondas electromagnéticas

Onda longitudinal en una varilla

Ondas de presión en un gas

Superposición

- Introducción
- Ondas viajeras
- Ondas armónicas
- Onda transversal en una cuerda
- Ondas electromagnéticas
- Onda longitudinal en una varilla
- Ondas de presión en un gas
- Superposición

Como el proceso es adiabático:

$$v_s^2 = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_S$$

Como el proceso es adiabático:

$$v_s^2 = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_S$$

Ejercicio: A partir del resultado anterior, demuestra que $v_s^2 = \bar{V} / M k_S$.

donde \bar{V} : volumen molar, M : masa molar.

$$k_S = -\frac{1}{\bar{V}} \left(\frac{\partial \bar{V}}{\partial p} \right)_S : \text{coeficiente de compresibilidad adiabático}$$

Introducción

Ondas viajeras

Ondas armónicas

Onda transversal en una cuerda

Ondas electromagnéticas

Onda longitudinal en una varilla

Ondas de presión en un gas

Superposición

Como el proceso es adiabático:

$$v_s^2 = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_S$$

Ejercicio: A partir del resultado anterior, demuestra que $v_s^2 = \bar{V} / M k_S$.

donde \bar{V} : volumen molar, M : masa molar.

$$k_S = -\frac{1}{\bar{V}} \left(\frac{\partial \bar{V}}{\partial p} \right)_S : \text{coeficiente de compresibilidad adiabático}$$

Recuerda que:

$$\left(\frac{\partial x}{\partial y} \right)_u = \left(\frac{\partial x}{\partial z} \right)_u \left(\frac{\partial z}{\partial y} \right)_u$$

$$\left(\frac{\partial x}{\partial y} \right)_z = -\frac{\left(\frac{\partial z}{\partial y} \right)_x}{\left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)_y}$$

$$c_p = T \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_p$$

$$c_V = T \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_V$$

Introducción

Ondas viajeras

Ondas armónicas

Onda transversal en una cuerda

Ondas electromagnéticas

Onda longitudinal en una varilla

Ondas de presión en un gas

Superposición

- Introducción
- Ondas viajeras
- Ondas armónicas
- Onda transversal en una cuerda
- Ondas electromagnéticas
- Onda longitudinal en una varilla
- Ondas de presión en un gas
- Superposición

Ejercicios.

1. Demuestra que $v_s^2 = \frac{1}{\rho k_S}$

- Introducción
- Ondas viajeras
- Ondas armónicas
- Onda transversal en una cuerda
- Ondas electromagnéticas
- Onda longitudinal en una varilla
- Ondas de presión en un gas
- Superposición

Ejercicios.

1. Demuestra que $v_s^2 = \frac{1}{\rho k_S}$

2. Demuestra que $v_s^2 = \frac{\bar{V} \bar{c}_p}{M k_T \bar{c}_v}$

donde

$$k_T = -\frac{1}{\bar{V}} \left(\frac{\partial \bar{V}}{\partial p} \right)_T, \quad \bar{c}_p = T \left(\frac{\partial \bar{S}}{\partial T} \right)_p, \quad \bar{c}_v = T \left(\frac{\partial \bar{S}}{\partial T} \right)_V$$

- Introducción
- Ondas viajeras
- Ondas armónicas
- Onda transversal en una cuerda
- Ondas electromagnéticas
- Onda longitudinal en una varilla
- Ondas de presión en un gas
- Superposición

Ejercicios.

1. Demuestra que $v_s^2 = \frac{1}{\rho k_S}$

2. Demuestra que $v_s^2 = \frac{\bar{V} \bar{c}_p}{M k_T \bar{c}_v}$

donde

$$k_T = -\frac{1}{\bar{V}} \left(\frac{\partial \bar{V}}{\partial p} \right)_T, \quad \bar{c}_p = T \left(\frac{\partial \bar{S}}{\partial T} \right)_p, \quad \bar{c}_v = T \left(\frac{\partial \bar{S}}{\partial T} \right)_V$$

3. Demuestra que para un gas ideal $v_s = \sqrt{\frac{\gamma R}{M}} T^{1/2}$

donde $\gamma = \frac{\bar{c}_p}{\bar{c}_v}$.

- Introducción
- Ondas viajeras
- Ondas armónicas
- Onda transversal en una cuerda
- Ondas electromagnéticas
- Onda longitudinal en una varilla
- Ondas de presión en un gas
- Superposición

Ejercicios.

1. Demuestra que $v_s^2 = \frac{1}{\rho k_S}$

2. Demuestra que $v_s^2 = \frac{\bar{V} \bar{c}_p}{M k_T \bar{c}_v}$

donde

$$k_T = -\frac{1}{\bar{V}} \left(\frac{\partial \bar{V}}{\partial p} \right)_T, \quad \bar{c}_p = T \left(\frac{\partial \bar{S}}{\partial T} \right)_p, \quad \bar{c}_v = T \left(\frac{\partial \bar{S}}{\partial T} \right)_V$$

3. Demuestra que para un gas ideal $v_s = \sqrt{\frac{\gamma R}{M}} T^{1/2}$

donde $\gamma = \frac{\bar{c}_p}{\bar{c}_v}$.

4. **Tarea:** Encuentra v_s para un gas ideal monoatómico.

- Introducción
- Ondas viajeras
- Ondas armónicas
- Onda transversal en una cuerda
- Ondas electromagnéticas
- Onda longitudinal en una varilla
- Ondas de presión en un gas
- Superposición

Velocidad del sonido en algunos gases y sólidos:

medio	$v_s \text{ ms}^{-1}$
aire (0°C)	331
aire (20°C)	343
H ₂ (0°C)	1286
O ₂ (0°C)	317
He (0°C)	972
Al	5100
Cu	3560
Fe	5130

Velocidad del sonido en algunos gases y sólidos:

medio	$v_s \text{ ms}^{-1}$
aire (0°C)	331
aire (20°C)	343
H ₂ (0°C)	1286
O ₂ (0°C)	317
He (0°C)	972
Al	5100
Cu	3560
Fe	5130

Ejercicio:

(a) Calcula la velocidad del sonido en aire a 293.15 K y 1 atm de presión. Considera $\bar{c}_v = \frac{5}{2}R$ y que la composición del aire es 21 % O₂, 79 % N₂. (b) Calcula λ de una onda sonora con $\nu = 250$ Hz a esta temperatura.

Introducción

Ondas viajeras

Ondas armónicas

Onda transversal en una cuerda

Ondas electromagnéticas

Onda longitudinal en una varilla

Ondas de presión en un gas

Superposición

Principio de superposición:

La onda resultante de dos o más ondas que se combinan es la suma de las ondas individuales.

Ondas lineales: *Aquellas que obedecen el principio de superposición.*

- Introducción
- Ondas viajeras
- Ondas armónicas
- Onda transversal en una cuerda
- Ondas electromagnéticas
- Onda longitudinal en una varilla
- Ondas de presión en un gas
- Superposición

Principio de superposición:

La onda resultante de dos o más ondas que se combinan es la suma de las ondas individuales.

Ondas lineales: *Aquellas que obedecen el principio de superposición.*

Es posible distinguir los instrumentos de una orquesta.



OFUNAM en acción.

- Introducción
- Ondas viajeras
- Ondas armónicas
- Onda transversal en una cuerda
- Ondas electromagnéticas
- Onda longitudinal en una varilla
- Ondas de presión en un gas
- Superposición

Principio de superposición:

La onda resultante de dos o más ondas que se combinan es la suma de las ondas individuales.

Ondas lineales: *Aquellas que obedecen el principio de superposición.*

Es posible distinguir los instrumentos de una orquesta.



OFUNAM en acción.



Superposición de patrones circulares en agua.

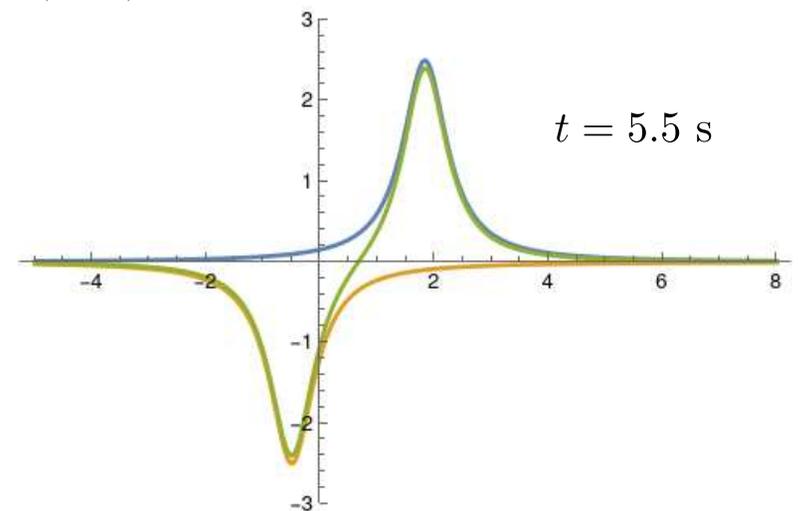
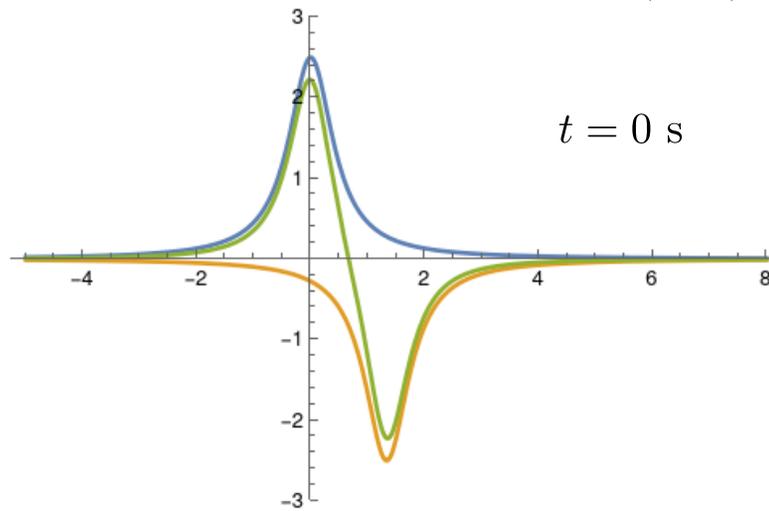
- Introducción
- Ondas viajeras
- Ondas armónicas
- Onda transversal en una cuerda
- Ondas electromagnéticas
- Onda longitudinal en una varilla
- Ondas de presión en un gas
- Superposición

Ejemplo:

Superposición de las ondas

$$y_1(x, t) = \frac{5}{(3x - t)^2 + 2} \quad y_2(x, t) = -\frac{5}{(3x + t - 4)^2 + 2}$$

$$y_1(x, t) + y_2(x, t)$$



- Introducción
- Ondas viajeras
- Ondas armónicas
- Onda transversal en una cuerda
- Ondas electromagnéticas
- Onda longitudinal en una varilla
- Ondas de presión en un gas
- Superposición

La ecuación de onda:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$

es una ecuación diferencial lineal homogénea.

Por lo tanto, si $y_1(x, t)$ y $y_2(x, t)$ son soluciones de ésta, la combinación lineal

$$y(x, t) = c_1 y_1(x, t) + c_2 y_2(x, t)$$

también lo es.

Ejercicio: Verifica esta afirmación.

- Introducción
- Ondas viajeras
- Ondas armónicas
- Onda transversal en una cuerda
- Ondas electromagnéticas
- Onda longitudinal en una varilla
- Ondas de presión en un gas
- Superposición

Interferencia:

Combinación de ondas con la misma frecuencia en la misma región del espacio y en el tiempo.

Puede ser:

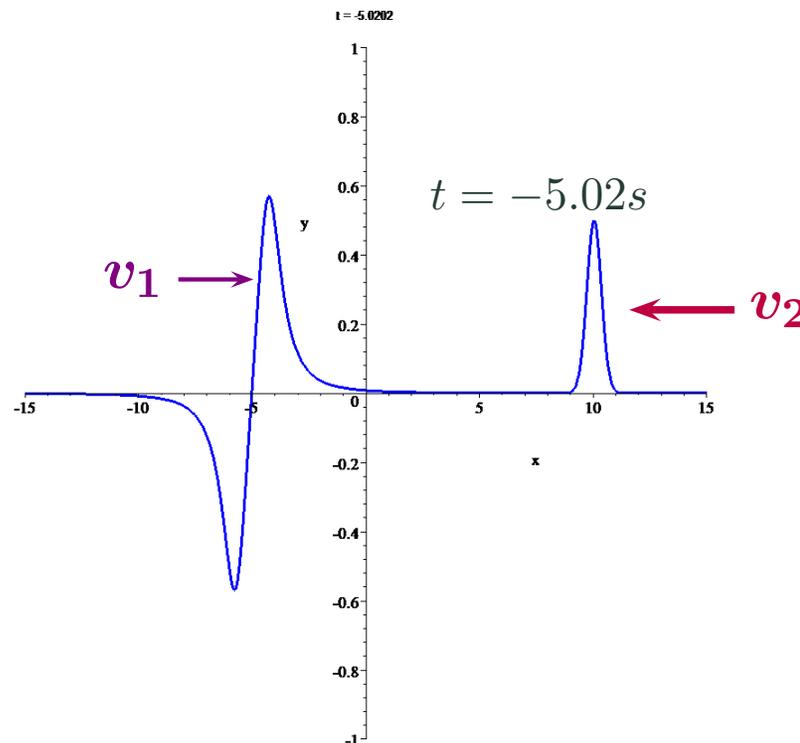
- **constructiva:** perturbaciones en la misma dirección.
- **destruktiva:** perturbaciones en dirección opuesta.

Interferencia:

Combinación de ondas con la misma frecuencia en la misma región del espacio y en el tiempo.

Puede ser:

- constructiva: perturbaciones en la misma dirección.
- destructiva: perturbaciones en dirección opuesta.

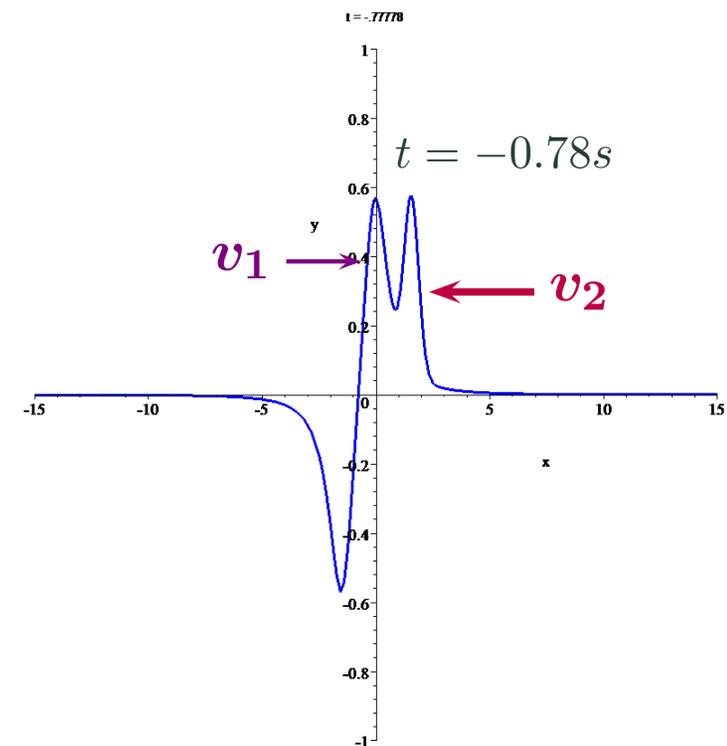
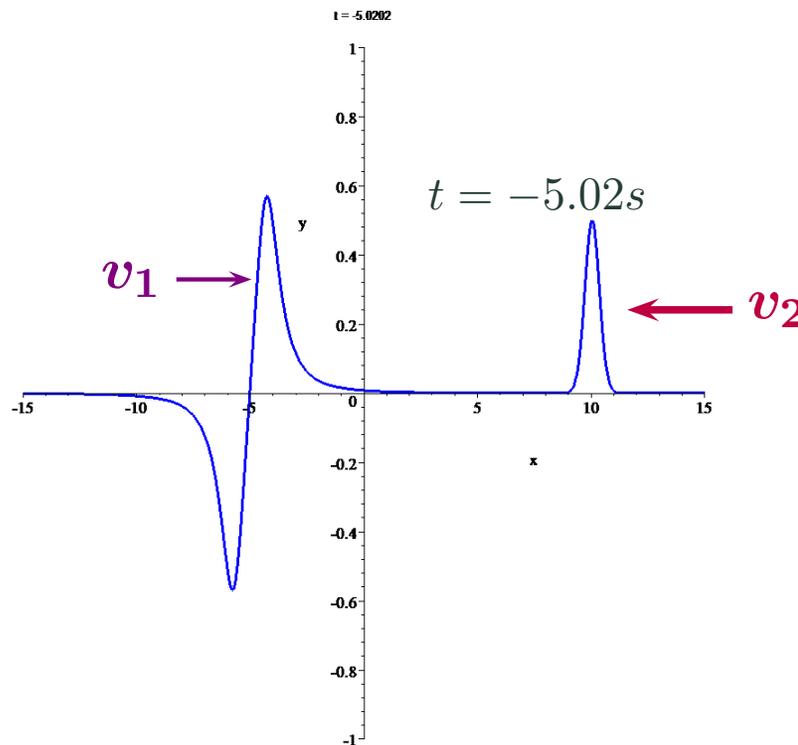


Interferencia:

Combinación de ondas con la misma frecuencia en la misma región del espacio y en el tiempo.

Puede ser:

- constructiva: perturbaciones en la misma dirección.
- destructiva: perturbaciones en dirección opuesta.



- Introducción
- Ondas viajeras
- Ondas armónicas
- Onda transversal en una cuerda
- Ondas electromagnéticas
- Onda longitudinal en una varilla
- Ondas de presión en un gas
- Superposición

Interferencia de ondas armónicas.

Caso 1:

Interferencia de ondas armónicas de la misma frecuencia, longitud de onda y amplitud pero diferente fase:

$$y_1 = A \operatorname{sen} k(x - vt)$$
$$y_2 = A \operatorname{sen} [k(x - vt) + \delta]$$

Superposición:

$$y = y_1 + y_2 = A \{ \operatorname{sen} k(x - vt) + \operatorname{sen} [k(x - vt) + \delta] \}$$

- Introducción
- Ondas viajeras
- Ondas armónicas
- Onda transversal en una cuerda
- Ondas electromagnéticas
- Onda longitudinal en una varilla
- Ondas de presión en un gas
- Superposición

Ejercicio: Utiliza la identidad

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \cos \frac{1}{2}(\alpha - \beta)$$

para encontrar la onda resultante $y = y_1 + y_2$.

- Introducción
- Ondas viajeras
- Ondas armónicas
- Onda transversal en una cuerda
- Ondas electromagnéticas
- Onda longitudinal en una varilla
- Ondas de presión en un gas
- Superposición

Ejercicio: Utiliza la identidad

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \cos \frac{1}{2}(\alpha - \beta)$$

para encontrar la onda resultante $y = y_1 + y_2$.

Al identificar:

$$\frac{1}{2}(\alpha + \beta) = k(x - vt) + \frac{1}{2}\delta$$

$$\frac{1}{2}(\alpha - \beta) = -\frac{1}{2}\delta$$

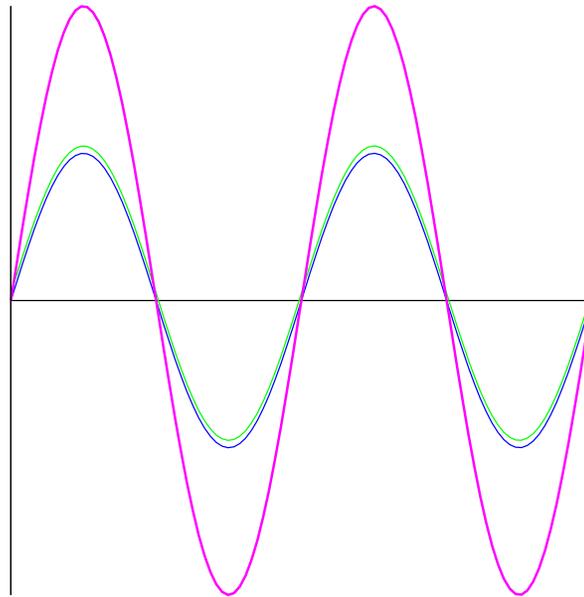
se obtiene

$$y = 2A \sin \left[k(x - vt) + \frac{1}{2}\delta \right] \cos \frac{1}{2}\delta$$

Onda con la misma frecuencia que las originales y amplitud $2A \cos \frac{1}{2}\delta$

Situaciones particulares:

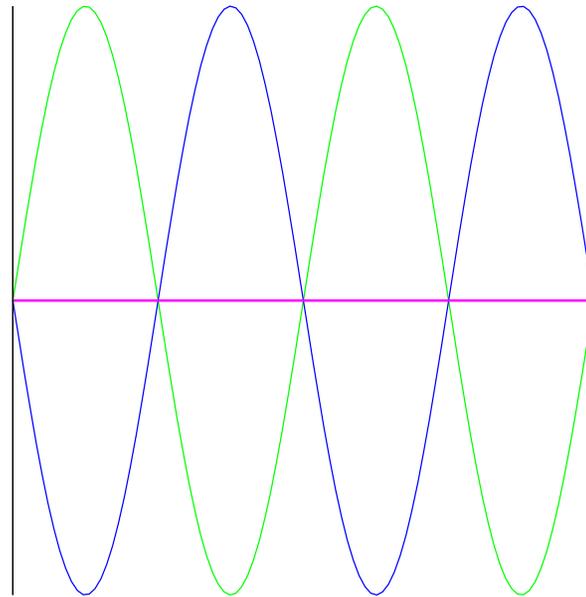
- (1) $\delta = 0$ Ondas en fase (coinciden cresta a cresta) (interferencia constructiva)



$$y = 2A \operatorname{sen} \left[k(x - vt) + \frac{1}{2} \delta \right] \cos \frac{1}{2} \delta = 2A \operatorname{sen} [k(x - vt)]$$

- Introducción
- Ondas viajeras
- Ondas armónicas
- Onda transversal en una cuerda
- Ondas electromagnéticas
- Onda longitudinal en una varilla
- Ondas de presión en un gas
- Superposición

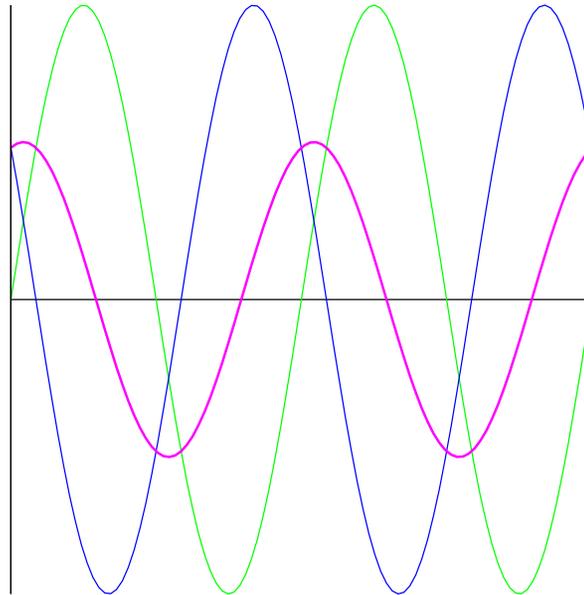
(2) $\delta = \pi$ Ondas exactamente fuera de fase (interferencia destructiva)



$$y = 2A \operatorname{sen} \left[k(x - vt) + \frac{1}{2}\pi \right] \cos \frac{1}{2}\pi = 0$$

- Introducción
- Ondas viajeras
- Ondas armónicas
- Onda transversal en una cuerda
- Ondas electromagnéticas
- Onda longitudinal en una varilla
- Ondas de presión en un gas
- Superposición

(3) $\delta \neq 0$ Ondas fuera de fase



$$y = y_1 + y_2 = A \{ \text{sen } k(x - vt) + \text{sen } [k(x - vt) + \delta] \}$$

- Introducción
- Ondas viajeras
- Ondas armónicas
- Onda transversal en una cuerda
- Ondas electromagnéticas
- Onda longitudinal en una varilla
- Ondas de presión en un gas
- Superposición

Caso 2:

Interferencia de dos ondas armónicas de la misma frecuencia y amplitud pero que viajan en sentido opuesto.

$$y_1 = A \operatorname{sen} k(x - vt), \quad y_2 = A \operatorname{sen} k(x + vt)$$

Se utiliza $\operatorname{sen}(\alpha \pm \beta) = \operatorname{sen} \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \operatorname{sen} \beta$.

El resultado es

$$y = 2A \operatorname{sen} kx \cos \omega t$$

- Introducción
- Ondas viajeras
- Ondas armónicas
- Onda transversal en una cuerda
- Ondas electromagnéticas
- Onda longitudinal en una varilla
- Ondas de presión en un gas
- Superposición

Caso 3:

Interferencia de ondas armónicas de la misma frecuencia, longitud de onda pero diferente amplitud y fase:

$$y_1 = A_1 \operatorname{sen} k(x - vt)$$

$$y_2 = A_2 \operatorname{sen} [k(x - vt) + \delta]$$

Superposición:

$$y = y_1 + y_2 = A_1 \operatorname{sen} k(x - vt) + A_2 \operatorname{sen} [k(x - vt) + \delta]$$

- Introducción
- Ondas viajeras
- Ondas armónicas
- Onda transversal en una cuerda
- Ondas electromagnéticas
- Onda longitudinal en una varilla
- Ondas de presión en un gas
- Superposición

Ejercicio:

Para encontrar la onda resultante de la superposición, realiza las siguientes etapas:

(a) Utiliza

$$\text{sen}(\alpha + \beta) = \text{sen } \alpha \cos \beta + \cos \alpha \text{sen } \beta$$

para obtener

$$y = \text{sen } k(x - vt) [A_1 + A_2 \cos \delta] \\ + A_2 \cos k(x - vt) \text{sen } \delta$$

(b) Ahora, define A y θ mediante

$$A_1 + A_2 \cos \delta = A \cos \theta$$

$$A_2 \sin \delta = A \sin \theta$$

y demuestra que

$$y = A \sin [k(x - vt) + \theta]$$

donde

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \delta}$$

$$\theta = \arctan \left(\frac{A_2 \sin \delta}{A_1 + A_2 \cos \delta} \right)$$

- Introducción
- Ondas viajeras
- Ondas armónicas
- Onda transversal en una cuerda
- Ondas electromagnéticas
- Onda longitudinal en una varilla
- Ondas de presión en un gas
- Superposición

Batidos (pulsaciones).

Considerar dos ondas que difieren ligeramente en frecuencia:

$$y_1 = A \operatorname{sen} k_1(x - v_1 t)$$

$$y_2 = A \operatorname{sen} k_2(x - v_2 t)$$

Tarea: Utiliza la identidad

$$\operatorname{sen} \alpha + \operatorname{sen} \beta = 2 \operatorname{sen}(\alpha + \beta)/2 \cos(\alpha - \beta)/2$$

para demostrar que la superposición es

$$y = y_1 + y_2 = 2A \cos \frac{1}{2} (\Delta k x - \Delta \omega t) \operatorname{sen} (\bar{k} x - \bar{\omega} t)$$

donde

$$\Delta k = k_1 - k_2$$

$$\Delta \omega = \omega_1 - \omega_2$$

$$\bar{k} = (k_1 + k_2)/2$$

$$\bar{\omega} = (\omega_1 + \omega_2)/2$$

Además:

$$k_1 \approx k_2 \rightarrow \bar{k} \approx k$$

$$\omega_1 \approx \omega_2 \rightarrow \bar{\omega} \approx \omega.$$

- Introducción
- Ondas viajeras
- Ondas armónicas
- Onda transversal en una cuerda
- Ondas electromagnéticas
- Onda longitudinal en una varilla
- Ondas de presión en un gas
- Superposición

Entonces

$$y = A' \operatorname{sen}(kx - \omega t), \quad \text{donde } A' = 2A \cos \frac{1}{2} (\Delta k x - \Delta \omega t)$$

con velocidad de propagación (velocidad de grupo):

$$v = \frac{\Delta \omega}{\Delta k}$$

Entonces

$$y = A' \text{sen}(kx - \omega t), \quad \text{donde } A' = 2A \cos \frac{1}{2} (\Delta k x - \Delta \omega t)$$

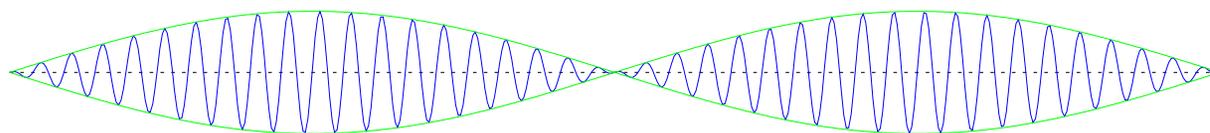
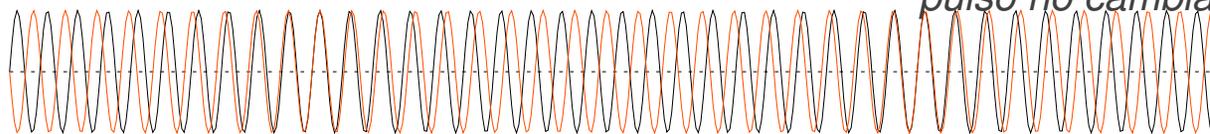
con velocidad de propagación (velocidad de grupo):

$$v = \frac{\Delta \omega}{\Delta k}$$

En un punto dado (por ejemplo, cuando $x = 0$):

$$y = \underbrace{2A \cos \left(\frac{1}{2} \Delta \omega t \right)}_{A'} \text{sen}(\omega t)$$

Se usó $|\text{sen}(-\Delta \omega t)| = \text{sen}(\Delta \omega t)$ pues la forma del pulso no cambia)



t

t

- Introducción
- Ondas viajeras
- Ondas armónicas
- Onda transversal en una cuerda
- Ondas electromagnéticas
- Onda longitudinal en una varilla
- Ondas de presión en un gas
- Superposición

Introducción

Ondas viajeras

Ondas armónicas

Onda transversal en una
cuerda

Ondas
electromagnéticas

Onda longitudinal en
una varilla

Ondas de presión en un
gas

Superposición

Pulsación:

Variación periódica de la intensidad en un punto por la superposición de dos ondas con frecuencias ligeramente diferentes.

Pulsación:

Variación periódica de la intensidad en un punto por la superposición de dos ondas con frecuencias ligeramente diferentes.

Además:

- A' oscila con frecuencia $\frac{1}{2}\Delta\nu$.
- La intensidad ($I \sim A'^2$) oscila con la frecuencia de batido:

$$\nu_{\text{batido}} = \Delta\nu.$$

Introducción

Ondas viajeras

Ondas armónicas

Onda transversal en una cuerda

Ondas electromagnéticas

Onda longitudinal en una varilla

Ondas de presión en un gas

Superposición

Pulsación: Variación periódica de la intensidad en un punto por la superposición de dos ondas con frecuencias ligeramente diferentes.

Además:

- A' oscila con frecuencia $\frac{1}{2}\Delta\nu$.
- La intensidad ($I \sim A'^2$) oscila con la frecuencia de batido:

$$\nu_{\text{batido}} = \Delta\nu.$$

Ver:

<https://youtu.be/i886Lbjbl9k>

<https://onlinetonegenerator.com>